Aufgabe 1

Ein elastisch isotropes Material mit einem Elastizitätsmodul von $E = 250\ GPa$ und einer Querkontraktionszahl von $\nu = 0{,}25$ wird in einen Spannungszustand versetzt, der durch folgenden Spannungstensor beschrieben wird:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} -80 & 10 & -8 \\ 10 & 40 & 15 \\ -8 & 15 & 10 \end{pmatrix} MPa$$

a) Berechnen Sie den Kompressionsmodul K und den Schermodul G des Materials. (2 Punkte)

b) Berechnen Sie die bei der Aufbringung des Spannungszustandes auftretende relative Volumenänderung $\Delta V/V$. (2 Punkte)

c) Berechnen Sie den deviatorischen Anteil des Spannungstensors und zerlegen Sie ihn in fünf unabhängige reine Scherspannungszustände. (2 Punkte)

d) Zeigen Sie, dass bei einer reinen Scherung keine Volumenänderung auftritt. (2 Punkte)

Hinweis: Gehen Sie von folgendem Scherspannungszustand aus:

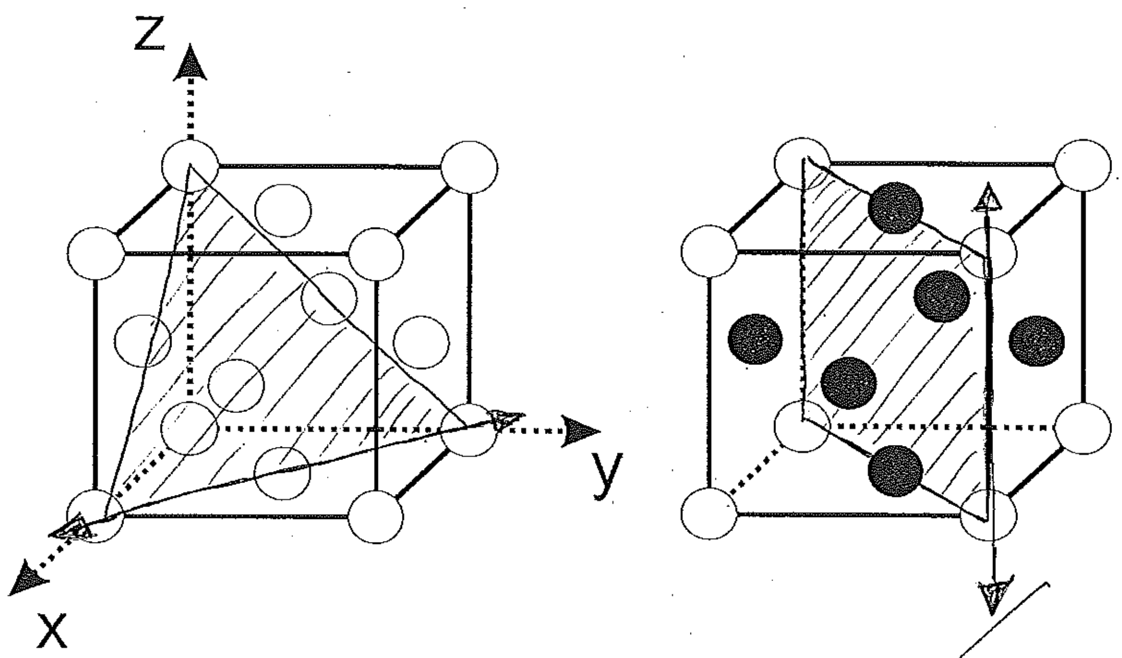
$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

Al besitzt eine kubisch-flächenzentrierte Gitterstruktur, während Ni_3Al eine $L1_2$-Struktur aufweist (siehe Skizze). Zeichnen Sie für beide Fälle jeweils ein Gleitsystem in die Elementarzelle ein und indizieren Sie jeweils die Gleitebene und die Gleitrichtung,

Wie groß ist jeweils die Anzahl äquivalenter Gleitsysteme und der Betrag des Burgersvektors (in Einheiten der Gitterkonstanten)? (6 Punkte)

Al **Ni_3Al**



Gleitebene: $\{111\}$
Gleitrichtung: $\langle 110 \rangle$
Anzahl äquivalenter Gleitsysteme: $4 \cdot 3 = 12$
$|\vec{b}| = \frac{a}{2}\sqrt{2}$

3

● Ni
○ Al

Gleitebene $\{1\bar{1}0\}$
Gleitrichtung $\langle 001 \rangle$
Anzahl äquivalenter Gleitsysteme: $12 \cdot 1 = 12$
$|\vec{b}| = a$

0,5

Aufgabe 3

Die Vektoren $\mathbf{t}_1 = \mathbf{t}_2 = [100]$, $\mathbf{b}_1 = b[001]$, und $\mathbf{b}_2 = b[100]$ gehören zu zwei parallelen Versetzungen.

a) Wie nennt man die Vektoren? Wie nennt man die Typen der beiden Versetzungen? Welche der beiden Versetzungen kann klettern, welche kann quergleiten? (2 Punkte)

b) Berechnen Sie die „Kraft", die auf die durch $\mathbf{t}_1 = [100]$, $\mathbf{b}_1 = b[001]$ charakterisierte Versetzung wirkt, wenn folgender Spannungszustand herrscht:

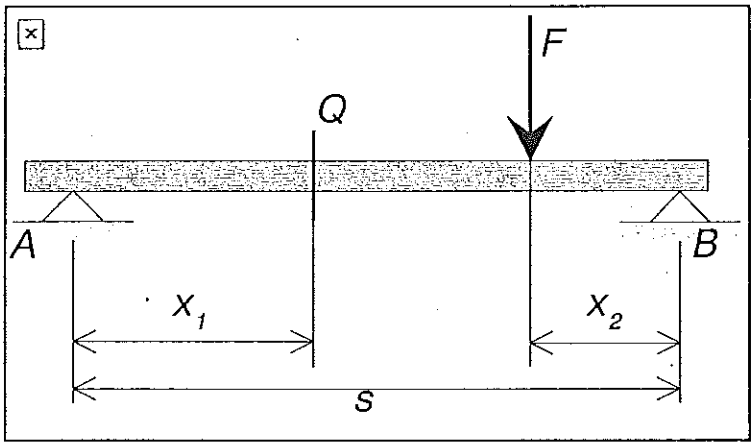
$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & \sigma_{13} \\ 0 & \sigma_{11} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{11} \end{pmatrix}$$

Wie nennt man diese „Kraft"? Welche Dimension (bzw. Maßeinheit) besitzt sie? (2 Punkte)

c) Zerlegen Sie die in b) berechnete Kraft in die Gleit- und Kletterkomponenten. (2 Punkte)

Aufgabe 4

Ein an zwei Punkten aufliegender Balken mit einem rechteckigen Querschnitt (Höhe $h = 20$ mm, Breite $b = 10$ mm) wird mit einer Kraft $F = 100$ N auf Biegung beansprucht (siehe Skizze).



$x_1 = 150$ cm, $x_2 = 50$ cm, $s = 3$ m

a) Berechnen Sie die Auflagkräfte F_A und F_B. Skizzieren Sie den Verlauf des Biegemoments als Funktion des Ortes entlang der Balkenachse (Achsen bezeichnen und skalieren!). (2 Punkte)

b) An welchem Ort im Balken herrscht die größte Zugspannung? Wie groß ist diese Spannung und in welcher Richtung wirkt sie? (2 Punkte)

Hinweis: Das axiale Flächenträgheitsmoment für einen rechteckigen Querschnitt beträgt:

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

Aufgabe 5

Der Potenzialverlauf $U(r)$ für die Bindung zwischen zwei Atomen mit Abstand r läßt sich folgendermaßen beschreiben:

$$U(r) = -\frac{A}{r^m} + \frac{B}{r^n}$$

a) Erläutern Sie die physikalische Bedeutung der beiden Terme in obiger Gleichung. Skizzieren Sie in zwei übereinander angeordneten Diagrammen den Verlauf der Energie-Abstandsfunktion $U(r)$ und der Kraft-Abstandsfunktion $F(r)$. Zeichne den Gleichgewichtsabstand r_0 in beide Diagramme ein und die Bindungsenergie U_0 in das $U(r)$-Diagramm. (2 Punkte)

b) Bestimmen Sie für $m = 6$ und $n = 12$ die Konstanten A und B aus der Kenntnis des Gleichgewichtsabstandes ($r_0 = 0.4$ nm) und der Bindungsenergie ($U_0 = -5$ eV). (3 Punkte)

c) Skizzieren Sie die Potenzialverläufe von Silizium ($T_m = 1410°C$, $\alpha = 2.5 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$) und Al ($T_m = 660°C$, $\alpha = 24 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$) (angeben, welche Kurve zu welchem Material gehört!). Diskutieren Sie den Potentialverlauf bezüglich seiner Auswirkungen auf den E-Modul E, den thermischen Ausdehnungskoeffizienten α und die Schmelztemperatur T_m. (2 Punkte)

Aufgabe 6

In einer Kupferlegierung werde die Versetzungsbewegung durch nicht-schneidbare Ausscheidungen behindert, deren mittlerer planarer Abstand $L = 350$ nm sei.

a) Berechne die durch die Ausscheidungsteilchen bewirkte Erhöhung $\Delta\tau$ der kritischen Schubspannung für Versetzungsbewegung gemäß der Orowan-Gleichung:

$$\Delta\tau = \frac{Gb}{L}$$

Benutze folgende Kennwerte zur Berechnung von Gb:
Elastizitätsmodul $E = 136$ GPa
Querkontraktionszahl $\nu = 0.34$
Gitterkonstante $a = 3.62$ Å (2 Punkte)

b) Durch eine Wärmebehandlung trete eine Vergröberung der Ausscheidungspartikel ein, ohne dass sich ihr Volumenanteil in der Legierung dabei ändere. In welche Richtung verändert sich die Härte der Legierung? Warum? (2 Punkte)

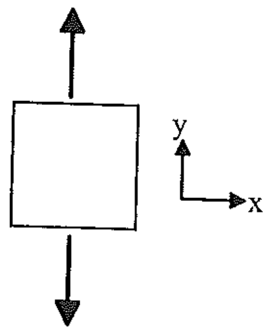
Aufgabe 7

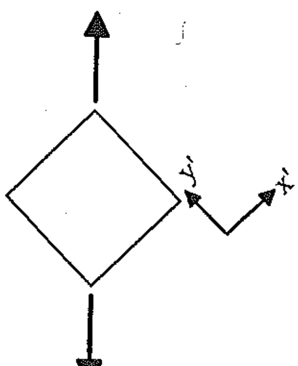
a) Skizzieren Sie den Mohrschen Spannungskreis und benennen Sie den zugehörigen Spannungszustand für folgende Situationen:

- Dünnwandige Hohlkugel unter Innendruck
- Vollkugel unter Wasser
- Dünnwandiges Rohr unter Torsion
- Dünnwandiges Rohr mit Innendruck

Nehmen Sie an, die maximale Hauptnormalspannung sei bei allen Zuständen gleich. Beschriften Sie jeweils die Achsen des Koordinatensystems und zeichnen Sie die Hauptnormalspannungen und die maximale Scherspannung ein. In welchem Fall tritt am ehesten plastisches Fließen ein (kurze Begründung)? (3 Punkte)

b) Bestimmen Sie für den Fall der einachsigen Zugbeanspruchung mit Hilfe des Mohrschen Spannungskreises die Komponenten des Spannungstensors in einem um 45° verkippten Koordinatensystem. (2 Punkte)





$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} MPa$$

$$\sigma'_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma'_{xx} & \sigma'_{xy} & 0 \\ \sigma'_{xy} & \sigma'_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

[redacted]a Hillerich

Aufg. 1

$E = 250\ GPa$

$\nu = 0{,}25$

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} -80 & 10 & -8 \\ 10 & 40 & 15 \\ -8 & 15 & 10 \end{pmatrix} MPa$$

a) $K = \dfrac{E}{3(1-2\nu)} = \dfrac{250\ GPa}{3(1-2\cdot 0{,}25)} = 166{,}67\ GPa$ 1

$G = \dfrac{E}{2(1+\nu)} = \dfrac{250\ GPa}{2(1+0{,}25)} = 100\ GPa$ 1

b) $K = \dfrac{-p}{\frac{\Delta V}{V}}$ $\quad -p = \sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})\ MPa$ 1

$\Rightarrow \dfrac{\Delta V}{V} = \dfrac{\sigma_m}{K} = \dfrac{\frac{1}{3}(-80+40+10)\ MPa}{166{,}67\cdot 10^3\ MPa} = 6\cdot 10^{-5}$ 1

c) Deviatorischer Anteil $\quad \sigma_m = -10$

$$\begin{pmatrix} -80-\sigma_m & 10 & -8 \\ 10 & 40-\sigma_m & 15 \\ -8 & 15 & 10-\sigma_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -70 & 10 & -8 \\ 10 & 50 & 15 \\ -8 & 15 & 20 \end{pmatrix}$$ 1

$$= \begin{pmatrix} 0 & 10 & 0 \\ 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -8 \\ 0 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 15 \\ 0 & 15 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -70 & 0 & 0 \\ 0 & 70 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -20 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{pmatrix}$$ 1

d) bei der Scherspannung ist die $\text{spur}\,\sigma_{ij} = \sigma_1 - \sigma_1 = 0$,
damit ist $\sigma_m = 0$

u.g. $\frac{\Delta V}{V} = \frac{\sigma_m}{K}$ ~~is~~ gibt es keine Volumenänderung
bei ~~der~~ reiner Scherung.

2

Aufg. 2 ist auf dem Aufgabenblatt!

Hillerich

Ag 3

a) $\vec{t}$ ist Linienvektor und $\vec{b}$ ist Burgersvektor

Versetzung 1 ist eine Stufenversetzung und kann klettern, Versetzung 2 ist eine Schraubenversetzung und kann quergleiten. 1,5 ∅ ERKLÄRUNG

b)
$$\vec{F} = (\sigma_{ij}\cdot\vec{b}_1)\times\vec{t}_1 = \left(\begin{pmatrix}\sigma_{11} & 0 & \sigma_{13}\\ 0 & \sigma_{11} & \sigma_{23}\\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{11}\end{pmatrix}\cdot b\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right)\times\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$$

$$= b\begin{pmatrix}\sigma_{13}\\ \sigma_{23}\\ \sigma_{11}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\ \sigma_{11}\\ -\sigma_{23}\end{pmatrix} b$$

Diese „Kraft" ist die Peach-Koehler-Kraft und hat die Maßeinheit $[\frac{N}{m}]$. 1,5

c) Gleitkomponente:

$$f_g = \vec{F}\cdot\frac{\vec{b}_1}{|\vec{b}_1|} = b\begin{pmatrix}0\\ \sigma_{11}\\ \sigma_{23}\end{pmatrix}\cdot\frac{b\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}}{b} = -b\sigma_{23}$$

Kletterkomponente:

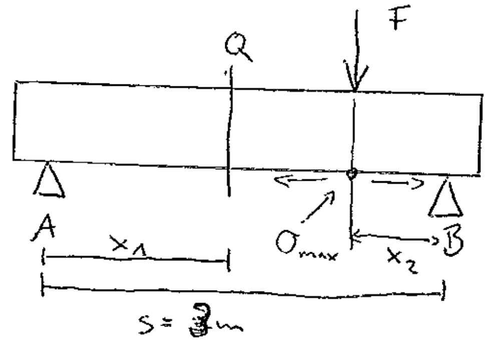
$$f_K = \cancel{\frac{\vec{F}\times\vec{t}_1}{|\vec{b}|}}\ \vec{F}\cdot\frac{\vec{t}_1\times\vec{b}_1}{|\vec{b}_1|} = b\begin{pmatrix}0\\ \sigma_{11}\\ \sigma_{23}\end{pmatrix}\cdot\frac{\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\times b\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}}{b}$$

$$= b\begin{pmatrix}0\\ \sigma_{11}\\ \sigma_{23}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\-1\\0\end{pmatrix} = b\sigma_{11}$$

1,5

Karla Illerich

Aufg. 4



$h = 20\,mm = 0{,}02\,m$

$b = 0{,}01\,m$

$F = 100\,N$

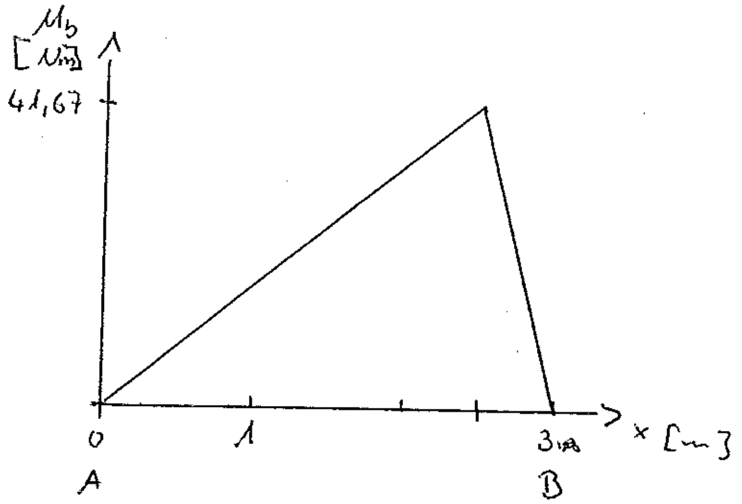
$x_1 = 1{,}5\,m \quad x_2 = 0{,}5\,m$

a)

$$F_A = \frac{x_2}{s} \cdot F = \frac{0{,}5\,m}{3\,m} \cdot 100\,N = 16{,}67\,N$$

$$F_B = \frac{(3 - x_2)}{s} \cdot F = \frac{2{,}5\,m}{3} \cdot 100\,N = 83{,}33\,N$$

$$M_{b_{max}} = F_B \cdot x_2 = 83{,}33\,N \cdot 0{,}5\,m = 41{,}67\,Nm$$



b) Die größte Zugspannung herrscht auf der Unterseite des Balkens, ~~da~~ an der Stelle wo die Kraft von oben angreifen (x_2; s. Skizze) und wirkt in Richtung der Balkenachse.

$$M_b = \frac{\sigma_{max}}{e} I$$

max Abstand v. neutraler Faser

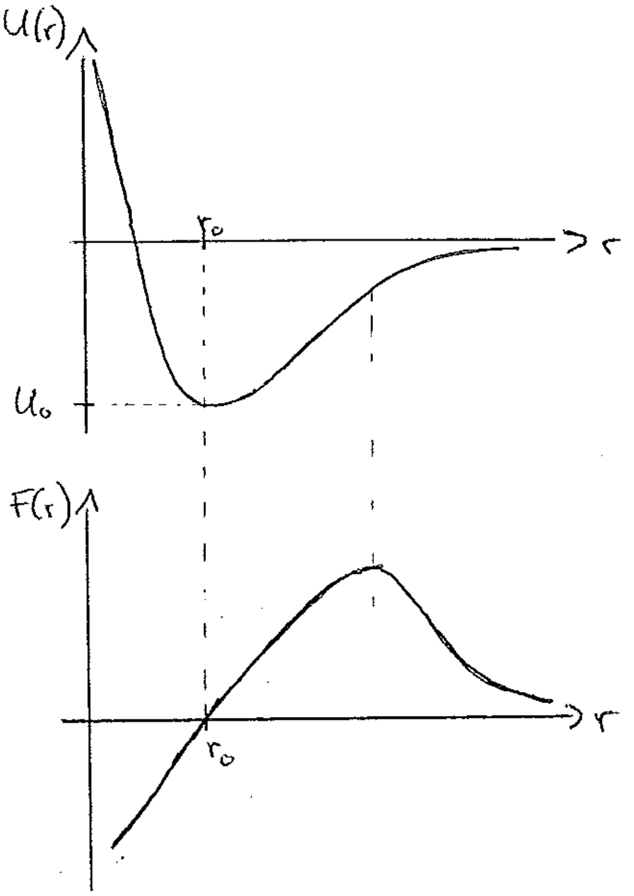
$$\Rightarrow \sigma_{max} = \frac{M_b e}{I} = \frac{41{,}67\,Nm \cdot 0{,}01\,m}{\frac{0{,}01\,m \cdot (0{,}02\,m)^3}{12}} = 62{,}51\,MPa$$

Hillerich

Übg. 5

$$U(r) = -\frac{A}{r^m} + \frac{B}{r^n}$$

a) Die ~~b~~beiden Terme beziehen sich auf die interatomaren Wechselwirkungen. A ~~drückt~~ beschreibt die Anziehung zwischen den Atomen ~~aus~~ und B die Abstoßung.



2

b) $U(r) = -\frac{A}{r^6} + \frac{B}{r^{12}}$ (1)

bei r_0 ist $F(r) = \frac{dU}{dr} = 0$

$$\frac{dU}{dr} = \frac{6A}{r^7} - \frac{12B}{r^{13}} = 0 \quad \text{für } r = r_0$$

$$\Rightarrow \frac{6A}{r_0^7} = \frac{12B}{r_0^{13}}$$

$$A = \frac{2B}{r_0^6} \quad (2)$$

(2) in (1)

$$U_0 = -\frac{2B}{r_0^6 \cdot r_0^6} + \frac{B}{r_0^{12}} = -\frac{B}{r_0^{12}}$$

$$B = -U_0 \cdot r_0^{12} = +5eV \cdot (0{,}4 \cdot 10^{-12} m)^{12}$$
$$= +8{,}39 \cdot \cancel{10^{-149}}\, 10^{-113}\, m^{12} eV$$

$$A = \frac{2 \cdot 8{,}39 \cdot 10^{-149} m^{12}}{(0{,}4 \cdot 10^{-12} m)^6}$$
$$= +4{,}10 \cdot 10^{\cancel{-74}\, 56}\, m^6 eV$$

2

Hillerich

Aufg. 6

a) $L = 350\,nm = 350 \cdot 10^{-12}\,m$

$E = 136\,GPa$

$\nu = 0{,}34$

$a = 3{,}62\,Å = 3{,}62 \cdot 10^{-10}\,m$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{136\,GPa}{2(1+0{,}34)} = 50{,}75\,GPa$$ ✓

~~Kraf~~ Kupfer hat eine kubisch raumzentrierte Packung

KFZ

$$\Rightarrow b = \frac{a}{2}\sqrt{3} = \frac{3{,}62\,Å}{2}\sqrt{3} = 3{,}14\,Å$$

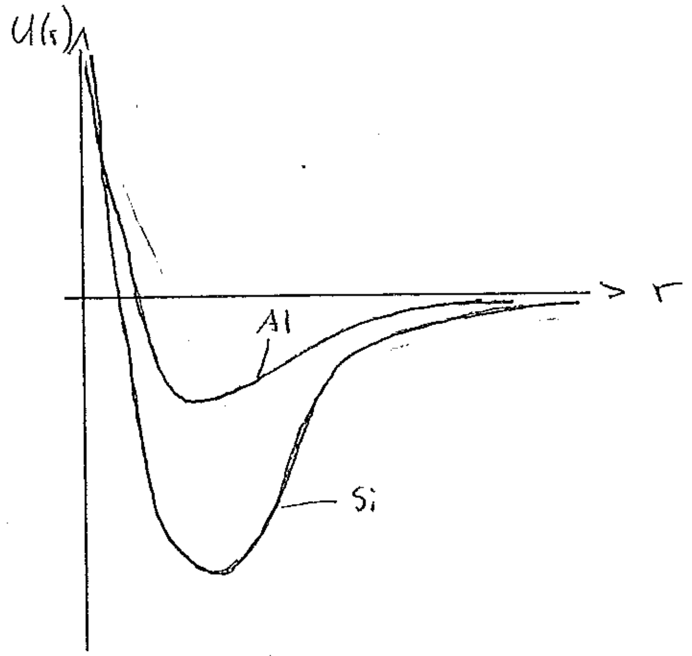
$$\Delta\tau = \frac{50{,}75\,GPa \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-10}\,m}{350 \cdot 10^{-12}\,m} = 45{,}53\,GPa$$

1,5

b) Die Härte der Legierung wird geringer, da es für die Versetzungen anzahlmäßig weniger Hindernisse gibt.

2

c)



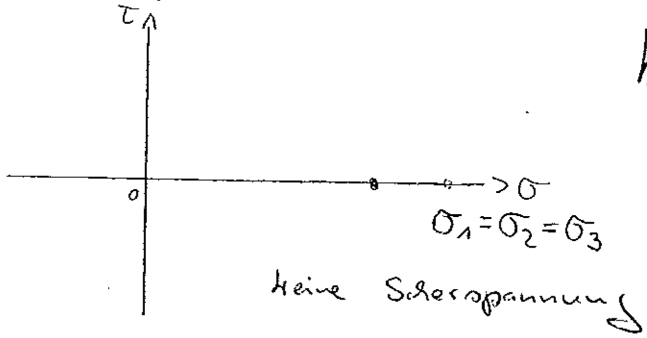
Die Krümmung des Potentialverlaufs wirkt sich auf den E-Modul aus, die Asymmetrie auf den thermischen Ausdehnungskoeffizienten und die Tiefe des Potentialtopfs auf den Schmelzpunkt (je tiefer der Topf, desto höher der Schmelzpunkt)

2

Hillesich

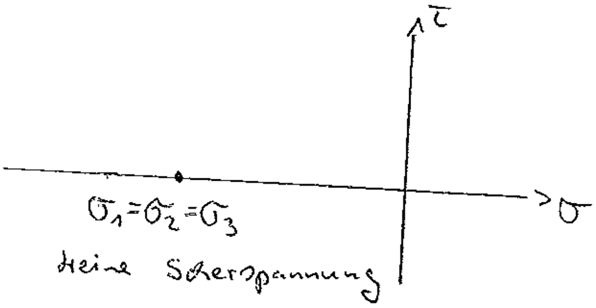
Af. 7

a) Dünnwandige Hohlkugel unter Innendruck



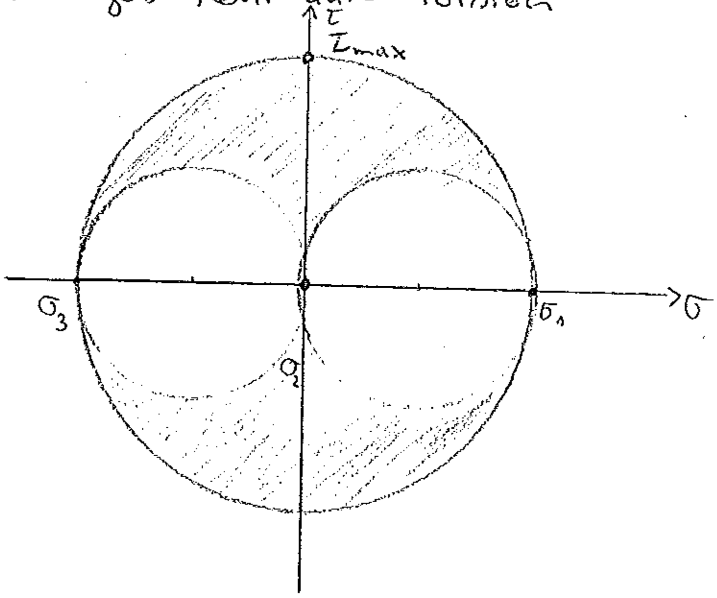
hinreich Zug

Vollkugel unter Wasser



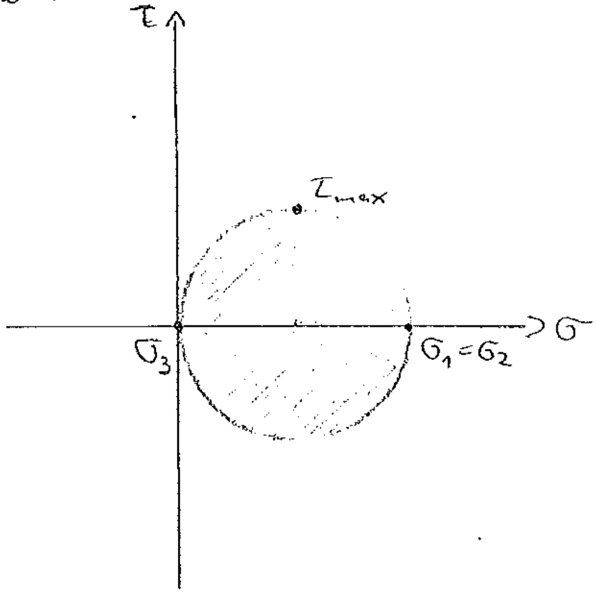
1/2

Dünnwandiges Rohr unter Torsion



1/2

Dünnwandiges Rohr mit Innendruck



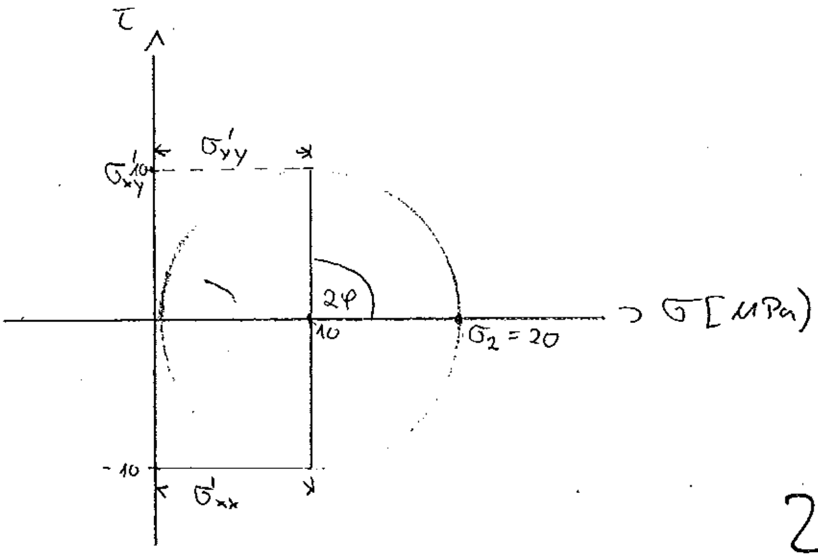
eigtl. uniaxial

1/2

~~Der~~ Beim dünnwandigen Rohr unter Torsion tritt am ehesten plastisches ~~Flie~~ Fließen ein, weil dort die größte Scherung auftritt.

1

b)



2

$$\sigma'_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 10 & 0 \\ 10 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$