Wellenmesstechnik (MT)

Name: Matthias Jasch
Mitarbeiter: Bernhard Sandig
E-Mail Adressen: uni@matthiasjasch.de, bernhard.sandig@gmx.de
Gruppennummer: G
Versuchsdatum: 20. November 2009
Betreuer: Prof. Dr. Gerd Busse

1 Aufgabenstellung

In diesem Versuch soll die Schallgeschwindigkeit mittels zweier verschiedenfrequenter Schallwellen bestimmt werden. Ferner soll die Laufzeit eines Pulses bestimmt und eine Abstandsmessung vorgenommen werden.

2 Fragen aus der Versuchsanleitung

1) Wie sind Phasen- und Gruppengeschwindigkeit definiert? Wann sind sie verschieden?

Die Phasengeschwindigkeit ist definiert als der negative Quotient aus der Kreisfrequenz ω und der Wellenzahl k.

$$v_{Ph} = -\frac{\omega}{k} \tag{1}$$

Die Gruppengeschwindigkeit ergibt sich ebenfalls aus Kreisfrequenz ω und Wellenzahl k zu

$$v_G = -\frac{d\,\omega}{d\,k}. \tag{2}$$

Bei der Dispersion sind Phasen- und Gruppengeschwindigkeit verschieden.

2) Wie misst man mit dem Zweikanaloszilloskop Phasenverschiebungen?

Man lässt sich im Oszilloskop das Empfänger- über das Sendersignal oder umgekehrt anzeigen. Es ergeben sich charakteristische Figuren, die sogenannten „Lissajous-Figuren“. Bei gleicher Sender- und Empfängerfrequenz ergibt sich eine Ellipse, an deren Gestalt die Phasenverschiebung abgelesen werden kann. Ein Kreis bedeutet beispielsweise eine Phasenverschiebung von $\frac{2n-1}{2}\,\pi$, eine Gerade eine Verschiebung von $n\pi$.
Die tatsächliche Wellenlänge kann so auch bestimmt werden. Dazu verschiebt man den Empfänger um genau eine Wellenlänge und kann dann die Strecke messen, um die verschoben wurde.

3) Wie ist die Geschwindigkeit aus Frequenz und Phasenänderung entlang einer bestimmten Wegstrecke bestimmbar? Wie wird der Fehler des Messergebnisses berechnet und wie sieht die korrekte Ergebnisform aus?

Bestimmt man die Wellenlänge λ (z.B. wie unter 2) beschrieben), so kann man über die Formel (3) die Phasengeschwindigkeit berechnen.

$$v_{Ph} = \lambda \cdot f \tag{3}$$

Den Fehler bestimmt man demnach mit Formel (4).

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} + \frac{\Delta f}{f} \tag{4}$$

Das Ergebnis wird in der Form „(Ergebnis $\pm$ Fehler) $\cdot$ Einheit“ dargestellt.

4) Welche Folgerungen lassen sich aus Messungen der Wellengeschwindigkeit bei unterschiedlichen Frequenzen ziehen?

Misst man die Geschwindigkeit zweier Wellen mit unterschiedlicher Frequenz, so kann man daraus ableiten, ob Dispersion vorliegt.

5) Warum nimmt die Signalhöhe des Empfängers drastisch ab, wenn eine Platte in den Schallstrahl eingebracht wird? Warum ändert sich die Phase des Empfängersignals? Wie kann man daraus die Schallgeschwindigkeit der Platte bestimmen?

Die Signalhöhe nimmt ab, da an der Oberfläche der Platte einen Großteil der Welle reflektiert wird. Außerdem ändert sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle innerhalb der Platte, was zu einer Phasenverschiebung führen kann. Über diese Phasenverschiebung lässt sich die Schallgeschwindigkeit in der Platte bestimmen.

6) Warum führt der tieffrequente Rechteckverlauf der an den Sender angelegten Spannung zu der Struktur des Spannungsverlaufs am Detektorausgang?

Der Sender besteht aus einem Piezokristall, der beim Anlegen einer elektrischen Spannung schlagartig seine Form verändert. Nach dem Anlegen der Spannung ist er allerdings nicht sofort in seiner endgültigen „Zielform“, sondern schwingt noch kurz nach. Nach dem Wegnehmen der Spannung fällt der Kristall wieder in seine Ausgangsform zurück und schwingt dort ebenfalls kurz nach.
Im Detektor befindet sich ebenfalls ein Piezokristall. Dieser wird durch die ankommende Wellengruppe in Schwingung versetzt und wandelt diese mechanische Verformung wieder in eine elektrische Spannung um. Der Detektor benötigt auch eine kurze Zeit um sich einzuschwingen. Ist er eingeschwungen, ist die ankommende Wellengruppe aber schon fast wieder vorbei. Die größte Amplitude am Anfang der Wellengruppe kann der Empfänger also gar nicht detektieren. So kommt es dazu, dass die maximale Amplitude, die der Detektor detektiert immer kleiner ist als die maximale vom Sender ausgesendete Amplitude.

7) Wie berechnet man den absoluten und relativen Fehler von Messergebnissen?

Der absolute Fehler Δx ist die Abweichung des Messwertes vom Mittelwert der Messreihe. Er wird beispielsweise über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung oder die Standardabweichung berechnet.
Der relative Fehler $\frac{\Delta x}{x}$ ist der absolute Fehler bezogen auf den jeweiligen Messwert x.

Beispiel: Spezialfall aus partieller Ableitung.

$$z = x^a \cdot y^b \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\Delta z}{z} = |a|\frac{\Delta x}{x} + |b|\frac{\Delta y}{y}$$

Beim Runden der Fehler ist darauf zu achten, dass man den Fehler nicht zu genau angibt, da man sonst auch den Messwert genauer hätte angeben können.

Beispiel: Das Ergebnis $(123{,}456 \pm 1{,}789)$ cm würde man korrekt folgendermaßen angeben: (123 ± 2) cm.

8) Warum eignen sich für Entfernungsmessungen Pulse besser als Sinuswellen? Wie wird das Problem beim GPS gelöst?

Bei der Entfernungsmessung ist es wichtig, dass man den Anfang und das Ende der Welle möglichst exakt kennt. Eine Sinuswelle hat keinen Anfang und kein Ende sondern einen kontinuierlichen Verlauf, man kann also nur Phasenverschiebungen messen.
Beim GPS werden von einem Satelliten drei verschiedene Sinus-Signale ausgesendet, über die der GPS-Empfänger seine Position berechnen kann.

3 Versuchsbeschreibung

Zunächst wurde sich mit der Funktionsweise der vorhandenen Geräte, einem Funktionsgenerator und einem Zweikanaloszilloskop, vertraut gemacht.

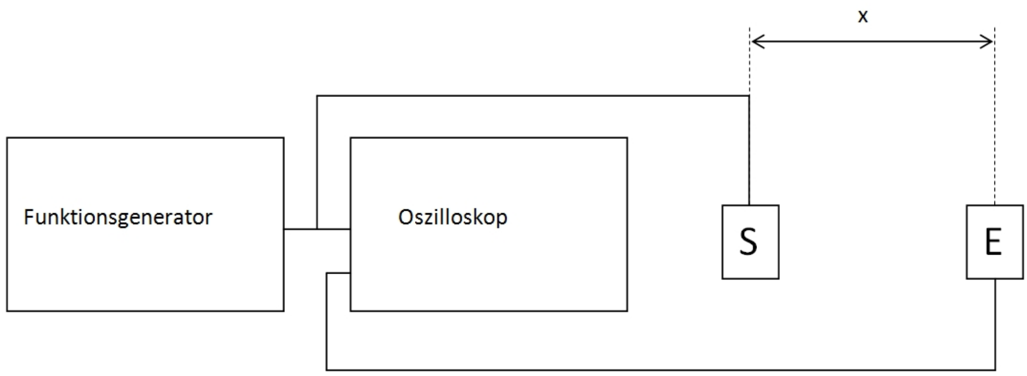

Abbildung 1: Schematischer Versuchsaufbau.

Anschließend wurde mit dem Generator eine Sinusschwingung erzeugt, die über einen Lautsprecher (Sender S) in einen Ton verwandelt wurde. Ein zweiter Lautsprecher, der an den zweiten Kanal des Oszilloskops angeschlossen war, wurde aus Empfänger E verwendet. Mit dem Oszilloskop und unter Zuhilfenahme der Lissajous-Figuren wurden die zwei Lautsprecher nun so verschoben, dass Sender- und Empfängersignal genau in Phase waren. Nach dem Verschieben um eine weitere Wellenlänge könnte diese über die Abstandsdifferenz der Lautsprecher gemessen werden. Da die verwendete Wellenlänge am Generator voreingestellt wurde, kann über Formel (3) die Schallgeschwindigkeit in Luft für diese Frequenz berechnet werden.
Die Messung der Schallgeschwindigkeit im Ultraschallbereich erfolgte auf gleiche Weise. Es wurde hier allerdings die Abstandsdifferenz über 30 Wellenlängen gemessen, um den Messfehler zu minimieren. Außerdem wurden für die Ultraschallmessung Sender und Empfänger ausgetauscht.
Die Ultraschallmessung wurde bei der Eigenfrequenz des Empfängerpiezos durchgeführt, da hier die Amplitude am besten zu messen ist, da sie maximal ist. Um die Eigenfrequenz zu bestimmen wurde die Senderfrequenz variiert bis die Empfängeramplitude maximal wurde.
Für den letzten Versuchsteil wurde mit dem Generator ein tieffrequenter Rechtecksstrom (50 Hz) erzeugt, was wegen dem Nachschwingen der Piezos zur Folge hatte dass vom Empfänger Pulse ausgesendet wurden. Die Laufzeit der Pulse Δt kann am Oszilloskop über den Abstand der Pulse Δx abgelesen werden. Die zu ermittelnde Gruppengeschwindigkeit v_{Gr} konnte mit Formel (5) berechnet werden.

$$v_{Gr} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{5}$$

Abschließend wurde ebenfalls mit Formel (5) über die Laufzeit eines Pulses die Entfernung von einer Platte zum Sender bestimmt.
Der schematische Versuchsaufbau ist in Abbildung 1 zu sehen.

4 Messwerte und Auswertung

4.1 Schallgeschwindigkeit im hörbaren Bereich

$$\frac{1}{2}\lambda = (17,4 \pm 0,2)\,cm \quad \Rightarrow \quad \lambda = (34,8 \pm 0,4)cm$$

$$f = (1000 \pm 0,5)\,Hz$$

$$v_{Ph} = \lambda \cdot f = 0,348\,m \cdot 1000\,Hz = 348\,\frac{m}{s}$$

Fehlerbetrachtung.

$$\begin{aligned}\frac{\Delta v}{v} &= \frac{\Delta\lambda}{\lambda} + \frac{\Delta f}{f} \\ &= \frac{0,4\,cm}{34,8\,cm} + \frac{0,5\,Hz}{1000\,Hz} \\ &= 1,15\,\% + 0,05\,\% = 1,2\,\%\end{aligned}$$

$$\Delta v = 1,2\,\% \cdot 348\,\frac{m}{s} = 4,176\,\frac{m}{s} \approx 4\,\frac{m}{s}$$

$$\boxed{\Longrightarrow v_{Ph} = (348 \pm 4)\,\frac{m}{s}}$$

4.2 Schallgeschwindigkeit im Ultraschallbereich

$$30\,\lambda = (258,5 \pm 1)\,mm \quad \Rightarrow \quad \lambda = (8,617 \pm 0,03)mm$$

$$f = (40,3 \pm 0,05)\,kHz$$

$$v_{Ph} = \lambda \cdot f = 8,617\,mm \cdot 40,3\,kHz = 347,27\,\frac{m}{s}$$

Fehlerbetrachtung.

$$\begin{aligned}\frac{\Delta v}{v} &= \frac{\Delta\lambda}{\lambda} + \frac{\Delta f}{f} \\ &= \frac{0,03\,mm}{8,62\,mm} + \frac{0,05\,kHz}{40,3\,kHz} \\ &= 0,35\,\% + 0,12\,\% = 0,47\,\%\end{aligned}$$

$$\Delta v = 0,47\,\% \cdot 347\,\frac{m}{s} = 1,63\,\frac{m}{s} \approx 2\,\frac{m}{s}$$

$$\boxed{\Longrightarrow v_{Ph} = (347 \pm 2)\,\frac{m}{s}}$$

4.3 Pulslaufzeit und Entfernungsmessung

4.3.1 Pulslaufzeit

Da der Abstand s von Sender- und Empfängerpiezo nicht genau messbar ist, wird er variiert. So kann er trotz schlechter Messbarkeit genau bestimmt werden.

$$s_1 = 0\,mm \qquad s_2 = (294 \pm 0,5)\,mm \quad \Rightarrow \quad \Delta s = (294 \pm 0,5)\,mm$$

$$t_1 = (0,98 \pm 0,1)\,ms \qquad t_2 = (0,14 \pm 0,001)\,ms \quad \Rightarrow \quad \Delta t = (0,84 \pm 0,011)\,ms$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{294\,mm}{0,84\,ms} = 350\,\frac{m}{s}$$

$$v_{Ph} = \lambda \cdot f = 8,617\,mm \cdot 40,3\,kHz = 347,27\,\frac{m}{s}$$

Fehlerbetrachtung.

$$\begin{aligned}\frac{\Delta v}{v} &= \frac{\Delta\Delta s}{\Delta s} + \frac{\Delta\Delta t}{\Delta t} \\ &= \frac{0,5\,mm}{294\,mm} + \frac{0,011\,ms}{0,84\,ms} \\ &= 0,17\,\% + 1,31\,\% = 1,48\,\%\end{aligned}$$

$$\Delta v = 1,48\,\% \cdot 350\,\frac{m}{s} = 5,18\,\frac{m}{s} \approx 5\,\frac{m}{s}$$

$$\boxed{\Longrightarrow v_{Ph} = (347 \pm 5)\,\frac{m}{s}}$$

4.3.2 Entfernungsmessung

$$t = (7,8 \pm 0,1)\,ms$$

$$2s = v \cdot t = 350\frac{m}{s} \cdot 7,8 \cdot 10^{-3}\,s = 2,73 \quad \Rightarrow \quad s = 1,365\,m$$

Direkte Messung mit einem Meterstab: $(1,34 \pm 0,01)\,m$

Fehlerbetrachtung.

$$\begin{aligned}\frac{\Delta s}{s} &= \frac{\Delta v}{v} + \frac{\Delta t}{t} \\ &= 1,48\,\% + 1,31\,\% = 2,79\,\%\end{aligned}$$

$$\Delta v = 2,79\,\% \cdot 1,365\,m = 0,038\,m \approx 0,04\,m$$

$$\boxed{\Longrightarrow s = (1,36 \pm 0,04)\,m}$$

5 Zusammenfassung

Für die Schallgeschwindigkeit im hörbaren Bereich wurde ein Wert von $(348 \pm 4)\,\frac{m}{s}$ ermittelt. Die Messung im Ultraschallbereich ergab einen Wert von $(347 \pm 2)\,\frac{m}{s}$. Die Werte stimmen im Rahmen der Fehlergrenzen gut überein. Es gibt somit keinen Hinweis auf Dispersion in Luft.
Für die Gruppengeschwindigkeit des Pulses wurde ein Wert von $(350 \pm 5)\,\frac{m}{s}$ gemessen. Auch dieser Wert stimmt mit den vorherigen im Rahmen der Fehlergrenzen gut überein. Daraus ergibt sich ebenfalls, dass in Luft keine Dispersion auftritt.

Als Entfernung zwischen Sender und Hindernis wurde mittels Laufzeitunterschied eines Pulses ein Wert von $(1,36 \pm 0,04)\,m$ ermittelt. Vergleicht man diesen mit der herkömmlich gemessenen Strecke von $(1,34 \pm 0,01)\,m$, kann man erkennen, dass eine Entfernungsmessung mit Ultraschallpulsen wie sie beispielsweise in Einparkhilfen für Autos verwendet wird, gut möglich ist.
Der Laserpulsmesser beruht auf einem ähnlichen Prinzip. Er hat den Vorteil, dass keine Strahlaufweitung auftritt. Befindet sich allerdings ein transparentes Hindernis im Strahlengang, so verfälscht dieses die Entfernungsmessung, da sich die Lichtgeschwindigkeit im Innern des Hindernisses ändert.

Literatur

[1] G. Busse, *Skript zur Vorlesung „Zerstörungsfreie Prüfung“*, Universität Stuttgart, Institut für Kunststoffprüfung und Kunststoffkunde