



Übungen zur Vorlesung Physikalische Chemie II

Übungsleiter: Tanja Asthalter · Zimmer 9-356 · Tel. 4464 · e-mail t.asthalter@ipc.uni-stuttgart.de

Übungsblatt 22

17. 1. 2006

Aufgabe 22.1

Eigenwertprobleme treten nicht nur in der Quantenmechanik, sondern auch bei Abbildungen auf, die z. B. durch Matrizen beschrieben werden können. Welche der folgenden Vektoren

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \text{d) } \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

sind Eigenvektoren der Matrix

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}?$$

Geben Sie, falls zutreffend, die Eigenwerte an.

Aufgabe 22.2

Gegeben ist ein Teilchen, das durch die Wellenfunktion

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{1}{L}} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$

beschrieben wird, wobei $0 \leq x \leq L$ gilt.

- a) Ist die Wellenfunktion normiert? Falls nein, wie lautet der korrekte Normierungsfaktor?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen in einem Bereich zwischen $x = 0$ und $x = \frac{1}{4}L$ anzutreffen? *Hinweis:* Beachten Sie, daß man eine Wahrscheinlichkeit allgemein durch Integrieren der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsdichte erhält, und verwenden Sie die Bornsche Interpretation des Quadrates der Wellenfunktion.
- c) Zeigen Sie, daß gilt:

$$x \frac{d}{dx} \neq \frac{d}{dx} x,$$

d. h. daß die Operatoren x und d/dx nicht kommutieren.

- d) Zu welchem der folgenden Operatoren

$$(i) \ x, \quad (ii) \ \frac{d}{dx}, \quad (iii) \ \frac{d^2}{dx^2}, \quad (iv) \ x^2$$

ist die Wellenfunktion eine Eigenfunktion und zu welchem Eigenwert?

Aufgabe 22.3

Der Erwartungswert einer Größe O wird allgemein durch

$$\langle O \rangle = \frac{\int \varphi^* \hat{O} \varphi d\tau}{\int \varphi^* \varphi d\tau}$$

beschrieben. Wie groß ist der mittlere Impuls des Teilchens, das durch die folgenden Wellenfunktionen beschrieben wird:

$$\text{a) } e^{ikx}, \quad \text{b) } \cos(kx), \quad \text{c) } e^{-ax^2}$$

jeweils in dem Bereich $-\infty \leq x \leq \infty$?

Die Übungen sind im PDF-Format erhältlich unter <http://www.ipc.uni-stuttgart.de/~tanja/pcuebungen.html>.