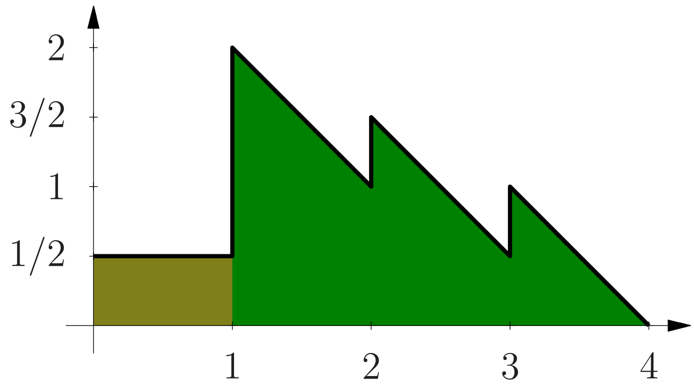
Die Aufgaben werden am Donnerstag, dem 8.1.2009 in den Gruppenübungen besprochen.

**Aufgabe 37:** Bestimmen Sie die komplexe Fourier-Reihe der periodischen Fortsetzung der unten abgebildeten Funktion.




**Aufgabe 38:** Die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad -1 \le x < 0 \\ x^3 & \text{für} \quad 0 \le x < 1 \end{cases}$$

sei mit der Periode 2 fortgesetzt.

**a)** Berechnen Sie die Fourier–Reihe von $f$.

**b)** Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Fourier–Reihe gegen $f(x)$?

**c)** Berechnen Sie den Wert der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n)^2} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \cdots ,$$

indem Sie die Fourier–Reihe an den Stellen $x = 0$ und $x = 1$ auswerten.

**Aufgabe 39:** Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = -x^3 - x + 3 , \qquad |x| < 1 ,$$

die periodisch auf $\mathbb{R}$ fortgesetzt wird.

**a)** Bestimmen Sie die zweite Ableitung von $f$.

**b)** Ermitteln Sie die Fourier-Reihe von $f''$.

**c)** Bestimmen Sie mit Hilfe von **b)** die Fourier-Reihe von $f$.

**Aufgabe 40:** Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{für} \quad -\pi \le x < 0 \\ -x & \text{für} \quad 0 \le x < \pi \end{cases},$$

die $2\pi$-periodisch auf $\mathbb{R}$ fortgesetzt wird.

Bestimmen Sie mit Hilfe der Parseval-Identität den Wert der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^4}\,.$$

*Hinweis:* Das Ergebnis aus **Aufgabe 35** kann hilfreich sein.

**Hausübung** (6 Punkte)
Die $2\pi-$periodische Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x) = \frac{1}{12}(3x^2 - \pi^2), \qquad -\pi \le x \le \pi\,.$$

**a)** Skizzieren Sie den Graph von $f$ für $-2\pi \le x \le 2\pi$.

**b)** Bestimmen Sie die reelle Fourier-Reihe von $f$.

**c)** Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Fourierreihe gegen $f(x)$?

**d)** Bestimmen Sie den Wert der Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$$

durch Auswertung der Fourierreihe an einem geeigneten Punkt.