

# Protokoll zu Versuch 010:

## Brennweite dünner Linsen

Verfasser: Felise Jörg WeWi Diplom

Mitarbeiter: Christian Kiderman WeWi Diplom

Gruppen Nr.: 4-008

Datum: 08.05.08

Betreuer: Thomas Schwarzbüchle

### 1) Aufgabenstellung

Zunächst soll die Brennweite einer dünnen Bikonvexlinse nach Bessel bestimmt werden. Im Anschluss indirekt die Brennweite einer dünnen Bikonkavlinse und schließlich die Hauptpunkte und Brennweite einer dicken Linse durch Autokollimation.

### 2.) Fragen

1) Warum wird paralleles Licht nach Durchlaufen einer Bikonvexlinse fokussiert?

Die parallel einfallenden Lichtstrahlen werden von einer Bikonvexlinse so gebrochen, dass sie sich alle im Brennpunkt der Linse schneiden. Somit werden sie fokussiert.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

2) Wie hängt die Brennweite einer Linse vom Krümmungsradius ihrer brechenden Kugelfläche ab? und vom Brechungsindex ab?

Für dünne Linsen wird dieser Zusammenhang von der sog. "Linsenmacherformel" beschrieben:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

$n$ : Brechungsindex

$r_1, r_2$ : Krümmungsradien  
der beiden verarbeiteten  
Linsenflächen

Für dicke Linsen muss ein Korrekturfaktor, der von der Linsenstärke abhängt berücksichtigt werden; es gilt dann:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{n-1}{n} \cdot \frac{d}{r_1 r_2} \right)$$

$d$ : Dicke der  
Linse

✓

3/ Als Lichtquelle diene eine Lampenwendel, die im Brennpunkt einer Sammellinse stehe. Hat das Strahlenbündel nach Durchlaufen der Linse konstanten Querschnitt („Parallelstrahl“)?

Eine Lampenwendel hat einen gewissen Querschnitt und vor allem eine gewisse Länge. Damit ist dies keine punktförmige Lichtquelle. Dies wiederum bedeutet, dass die ~~Brennpunkt~~ einfallenden Lichtstrahlen nicht parallel sind.

Eine näherungsweise punktförmige Lichtquelle wäre z. B. eine Lichtbogenlampe.

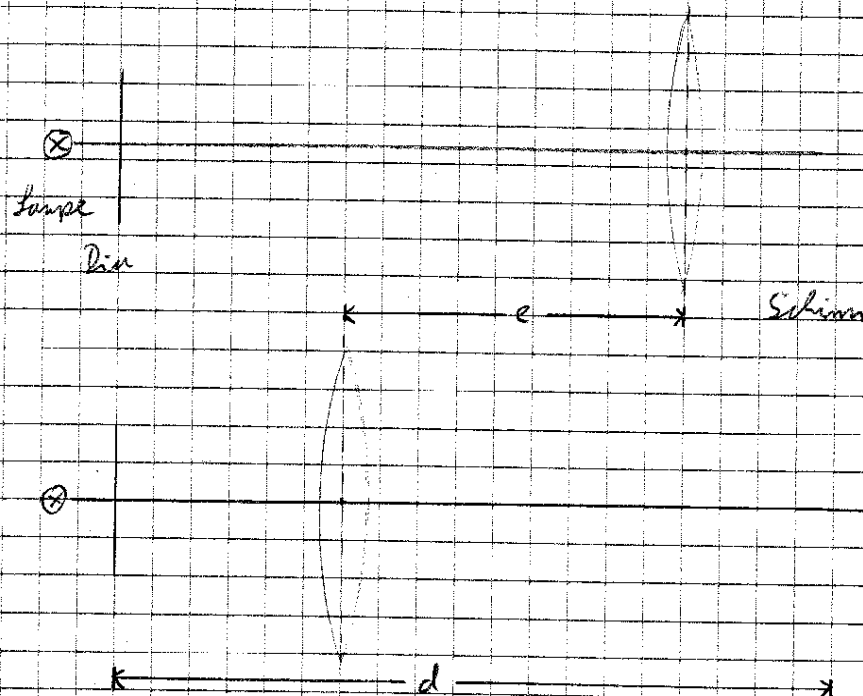
✓

### 3.) Messprinzip mit Skisse und Versuchsaufbau

1) Messen der Brennweite einer Bikonvexlinse nach dem Bessel - Verfahren:

Aufbau:

1. Messung:



Die Distanz  $d$  muss größer als  $4f$  gewählt werden. Dadurch erhält man an 2 verschiedenen Punkten ein scharfes Bild des Dings auf dem Schirm. Einen Zusammenhang zwischen  $e$ ,  $d$  und  $f$  liefert Formel (I) (siehe unten) bzw. für dicke Linsen Formel (II) (da der Hauptebenenabstand nicht vernachlässigt werden darf  $z_n$  und von  $d$  abgezogen werden muss.)

Es werden jeweils 5 Wertepaare für  $d$  und  $e$  gemessen.

✓

### 2) Brennweitenbestimmung einer Bikonvexlinse

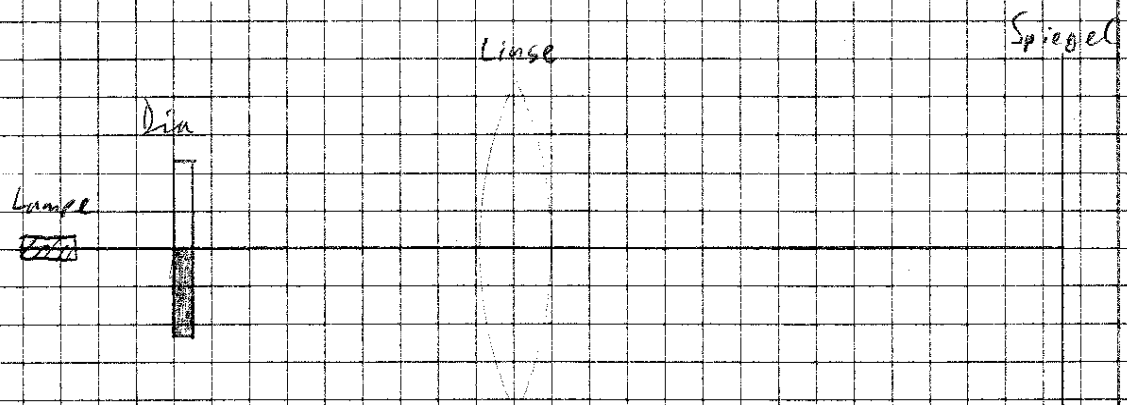
Da eine Bikonvexlinse das Licht streut und nicht bündelt kann keine direkte Messung der Brennweite nach Bessel vorgenommen werden. Deshalb muss die eine zweite Linse, eine Konvexlinse mit bekannter

Brennweite direkt vor oder hinter die zu bestimmen-  
de Linse eingebaut werden. Dann kann nach  
Gleichung (III) mit Hilfe der resultierenden (expe-  
rimentell ermittelten) resultierenden Brennweite  
und der Bekannten, die unbekannte Brennweite  
bestimmt werden.

Es wurden ebenfalls wieder 5 Wertepaare für  $e$  und  
 $d$  gemessen. ✓

### 3) Bestimmung der Hauptpunkte und Brennweite einer dicken Linse

Zunächst wurde eine Konvexlinse so aufgestellt,  
dass sich die <sup>an der</sup> Lampe im Brennpunkt befand und  
ein paralleles Projektion  
strahlendes Licht entstand. Dazu wurde ein halt-  
abgedecktes Glas eingesetzt und das Bild durch  
die Linse und einen Spiegel projiziert. Die Lampe  
befand sich genau dann im Brennpunkt, wenn das  
Kreuz des Glases wieder selbst auf der abgedeckten  
Fläche des Glases zu sehen war. ✓



Mit dem parallelen Licht konnten dann die <sup>Hauptebenen</sup>  
einer dicken Linse bestimmt werden:

Der Spiegel wurde durch einen Schirm getaucht und die linke Linse so in Position gebracht, dass sich das Bild ~~so~~ nicht veränderte, beim Schwenken der Linse um ca.  $\pm 45^\circ$ .  
 Dann wurde die Linse um  $180^\circ$  gedreht und auf dem Schirm so verschoben, dass sich das Bild wieder nicht bewegte.  
 So konnte aus der Differenz der <sup>Hauptebenen</sup> Halbebenenabstände ~~er-~~mittelt werden. ✓

#### 4. Formeln:

$$\textcircled{I} \quad f = \frac{d^2 - e^2}{4d}$$

$d$ : Abstand Schirm Linse

$$\textcircled{II} \quad f = \frac{(d-h)^2 - e^2}{4(d-h)}$$

$e$ : Differenz der Linsenstellungen mit scharfem Bild

$h$ : Halbebenenabstand

$$\textcircled{III} \quad \frac{1}{f_R} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

$f_R$ : resultierende Brennweite

$f_1$ : Brennweite Linse 1

$f_2$ : Brennweite Linse 2

#### 5. Messwerte:

1. Messung:  $d = 50 \text{ cm}$

~~$e_1 = 0, e_2 = 38,9 \text{ cm}$~~

$$e = |33,9 \text{ cm} - 35,9 \text{ cm}| = 14,0 \text{ cm}$$

2. Messung:  $d = 60 \text{ cm}$

$$e = |12,8 \text{ cm} - 47,7 \text{ cm}| = 34,3 \text{ cm}$$

3. Messung:  $d = 70 \text{ cm}$

$$e = |12,3 \text{ cm} - 57,6 \text{ cm}| = 45,3 \text{ cm}$$

4. Messung:  $d = 55 \text{ cm}$

$$e = 13,7 \text{ cm} - 41,7 \text{ cm} = 28,6 \text{ cm}$$

5. Messung:  $d = 45 \text{ cm}$

$$e = 30,0 \text{ cm} - 15,4 \text{ cm} = 14,6 \text{ cm}$$

## 2) Brennweite einer Bikonvexlinse

| Messung | d                       | e                           |
|---------|-------------------------|-----------------------------|
| 1       | <del>80 cm</del> 110 cm | 83,7 cm - 26,5 cm = 56,6 cm |
| 2       | 100 cm                  | 71,9 cm - 27,8 cm = 44,1 cm |
| 3       | 90 cm                   | 59,3 cm - 30,6 cm = 28,7 cm |
| 4       | 120 cm                  | 93,7 cm - 25,5 cm = 68,2 cm |
| 5       | 105 cm                  | 77,2 cm - 27,2 cm = 50,0 cm |

## 3) Hauptpunkte einer dünnen Linse

Nach Autokollimation: 15 cm = f

Hauptebene:

| Messung | Stiftstellung 1 | Stiftstellung 2 |
|---------|-----------------|-----------------|
| 1       | 5,07 cm         | 5,69 cm         |
| 2       | 5,09 cm         | 5,71 cm         |
| 3       | 5,07 cm         | 5,70 cm         |
| 4       | 5,08            | 5,64 cm         |
| 5       | 5,04            | 5,65 cm         |

Beszel:

| Messung | d     | e                           |
|---------|-------|-----------------------------|
| 1       | 60 cm | 42,0 - 17,4 cm = 24,6 cm    |
| 2       | 65 cm | 47,6 cm - 16,6 cm = 31 cm   |
| 3       | 70 cm | 53,2 cm - 16,0 cm = 37,2 cm |
| 4       | 75 cm | 58,5 cm - 15,5 cm = 43,0 cm |
| 5       | 55 cm | 35,4 cm - 18,7 cm = 16,7 cm |

65.08  
G. Schmitt

## 6. Auswertung:

### a) Brennweite einer Bikonvexlinse

1. Messung:  $f = \frac{(50 \text{ cm})^2 - (14,2 \text{ cm})^2}{4 \cdot (50 \text{ cm})^2} = 77,52 \text{ cm}$

2. Messung:  $f = \frac{(60 \text{ cm})^2 - (34,3 \text{ cm})^2}{4 \cdot 60 \text{ cm}} = 70,10 \text{ cm}$

3. Messung:  $f = \frac{(70 \text{ cm})^2 - (45,3 \text{ cm})^2}{4 \cdot 70 \text{ cm}} = 70,77 \text{ cm}$

4. Messung:  $f = \frac{(55 \text{ cm})^2 - (28,6 \text{ cm})^2}{55 \text{ cm} \cdot 4} = 70,03 \text{ cm}$

5. Messung:  $f = \frac{(45 \text{ cm})^2 - (18,6 \text{ cm})^2}{45 \text{ cm} \cdot 4} = 70,06 \text{ cm}$

$$\bar{f} = \frac{77,52 \text{ cm} + 70,10 \text{ cm} + 70,77 \text{ cm} + 70,03 \text{ cm} + 70,06 \text{ cm}}{5}$$

$$\bar{f} = 70,38 \text{ cm}$$

Daß man den 1. Wert ~~nicht~~ in Betracht zieht  
(große Abweichung von den anderen Werten) erhält man:

$$\bar{f} = 70,09 \text{ cm}$$

Sehr gut ✓ Ausreißer  
✓ weglassen

### b) Brennweite einer Bikonvexlinse

Messung 1:  $f_{\text{res}} = \frac{(110 \text{ cm})^2 - (56,6 \text{ cm})^2}{110 \text{ cm} \cdot 4} = 20,22 \text{ cm}$

$$f_2 = \frac{1}{\frac{1}{f_{\text{res}}} - \frac{1}{f_2}} = \frac{1}{\frac{1}{20,22 \text{ cm}} - \frac{1}{f_2}}$$

Messung 2:  $f_{\text{res}} = \frac{(100 \text{ cm})^2 - (44,7 \text{ cm})^2}{100 \text{ cm} \cdot 4} = 20,14 \text{ cm}$

Messung 3:  $f_{\text{res}} = \frac{(90 \text{ cm})^2 - (28,7 \text{ cm})^2}{90 \text{ cm} \cdot 4} = 20,21 \text{ cm}$

$$\text{Messung 4: } f_{\text{res}} = \frac{(720 \text{ cm})^2 - (68,2 \text{ cm})^2}{720 \text{ cm} \cdot 4} = 20,37 \text{ cm}$$

$$\text{Messung 5: } f_{\text{res}} = \frac{(705 \text{ cm})^2 - (50,0 \text{ cm})^2}{(705 \text{ cm})^2 \cdot 4} = 20,30 \text{ cm}$$

$$\bar{f}_{\text{res}} = \frac{20,22 \text{ cm} + 20,14 \text{ cm} + 20,27 \text{ cm} + 20,37 \text{ cm} + 20,30 \text{ cm}}{5}$$

$$\bar{f}_{\text{res}} = 20,24 \text{ cm}$$

$$\underline{\underline{f_2}} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{f}_{\text{res}}} - \frac{1}{f_1}} = \frac{1}{\frac{1}{20,24} - \frac{1}{10,09}} \text{ cm} = \underline{\underline{-20,12 \text{ cm}}} \quad \checkmark$$

Da die Brennweite beidseitig symmetrisch ist  
gilt:  $f_{\text{Linse 2}} = 20,12 \text{ cm} = |f_2|$

### c) Hauptebene und Brennweite einer dünnen Linse

~~Brennweite: Messung 1:~~

Hauptebenenabstand:

| Messung | Stellstellung 1 | Stellstellung 2 | $\Delta \text{Stellstellung} = \Delta h$ |
|---------|-----------------|-----------------|------------------------------------------|
| 1       | 3,02 cm         | 5,60 cm         | 0,62 cm                                  |
| 2       | 5,09 cm         | 5,71 cm         | 0,62 cm                                  |
| 3       | 5,07 cm         | 5,74 cm         | 0,63 cm                                  |
| 4       | 5,03 cm         | 5,64 cm         | 0,56 cm                                  |
| 5       | 5,07 cm         | 5,65 cm         | 0,67 cm                                  |

$$\underline{\underline{\Delta h = 0,61 \text{ cm}}} \quad \checkmark$$

Brennweite:

$$\text{Messung 1: } f = \frac{(60 \text{ cm} - 0,61 \text{ cm})^2 - (24,6 \text{ cm})^2}{4(60 \text{ cm} - 0,61 \text{ cm})} = 72,38 \text{ cm}$$

$$\text{Messung 2: } f = \frac{(65 \text{ cm} - 0,61 \text{ cm})^2 - (31,0 \text{ cm})^2}{4(65 \text{ cm} - 0,61 \text{ cm})} = 72,37 \text{ cm}$$

$$\text{Messung 3: } f = \frac{(70 \text{ cm} - 0,67 \text{ cm})^2 - (37,2 \text{ cm})^2}{4 \cdot (70 \text{ cm} - 0,67 \text{ cm})} = 12,36 \text{ cm}$$

$$\text{Messung 4: } f = \frac{(75 \text{ cm} - 0,67 \text{ cm})^2 - (43,0 \text{ cm})^2}{4 \cdot (75 \text{ cm} - 0,67 \text{ cm})} = 12,38 \text{ cm}$$

$$\text{Messung 5: } f = \frac{(55 \text{ cm} - 0,67 \text{ cm})^2 - (16,7 \text{ cm})^2}{4 \cdot (55 \text{ cm} - 0,67 \text{ cm})} = 12,34 \text{ cm}$$

$$\underline{\underline{\bar{f} = 12,35 \text{ cm}}}$$

## 7. Fehlerrechnung:

a) Brennweite einer Bikonvexlinse

$$f = \frac{d^2 - e^2}{4d}$$

$$\left( \frac{\partial f}{\partial d} \right)_e = \frac{2d \cdot 4d - (d^2 - e^2) \cdot 1}{4d^2} = \frac{2d^2 - d^2 + e^2}{4d^2} = \frac{1}{4} \frac{d^2 - e^2}{d^2}$$

$$\left( \frac{\partial f}{\partial e} \right)_d = \frac{-2e \cdot 4d - (d^2 - e^2) \cdot 0}{4d^2} = -\frac{e}{2d}$$

Absoletter Fehler

$$\Delta f = \left| \frac{1}{4} \frac{d^2 - e^2}{d^2} \right| \Delta d + \left| -\frac{e}{2d} \right| \Delta e$$

Gemittelte Messfehler  $\Delta d \approx 0,2 \text{ cm}$

$\Delta e \approx 0,4 \text{ cm}$

$$\text{für 1. Messung: } \Delta f = \left| \frac{1}{4} \left( \frac{(50 \text{ cm})^2 - (14 \text{ cm})^2}{(50 \text{ cm})^2} \right) \right| \cdot 0,2 \text{ cm}$$

$$+ \left| \frac{-14 \text{ cm}}{2 \cdot 50 \text{ cm}} \right| \cdot 0,4 \text{ cm} \approx \underline{\underline{0,17 \text{ cm}}}$$

für 2. Messung  $\Delta f \approx \cancel{0,22 \text{ cm}} \quad 0,15 \text{ cm}$

für 3. Messung  $\Delta f \approx \cancel{0,20 \text{ cm}} \quad 0,16 \text{ cm}$

für 4. Messung  $\Delta f \approx \cancel{0,24 \text{ cm}} \quad 0,14 \text{ cm}$

für 5. Messung  $\Delta f \approx \cancel{0,44 \text{ cm}} \quad 0,11 \text{ cm}$

Da der erste Wert nicht in Betracht gezogen wird ergibt sich für  $f$ :

$$\underline{f = (10,09 \pm 0,16) \text{ cm}}$$

✓

### b Brennweite einer Bikonvexlinse

Fehler des Linsensystems:

$$\Delta f_{\text{res}} = \left| \frac{1}{4} \frac{d^2 + e^2}{d^2} \right| \Delta d + \left| \frac{-e}{2d} \right| \Delta e$$

Gekürzte Scheitelfehler:  $\Delta d \approx 0,2 \text{ cm}$ ;  $\Delta e \approx 0,4 \text{ cm}$

für 1. Messung:

$$\Delta f_{\text{res}} = \left| \frac{1}{4} \frac{(110 \text{ cm})^2 - (56,6 \text{ cm})^2}{(110 \text{ cm})^2} \right| \cdot 0,2 \text{ cm} + \left| \frac{-56,6 \text{ cm}}{2 \cdot 110 \text{ cm}} \right| \cdot 0,4 \text{ cm}$$

$$\approx 0,17$$

für 2. Messung:  $\Delta f \approx 0,13 \text{ cm}$

für 3. Messung:  $\Delta f \approx 0,17 \text{ cm}$

für 4. Messung:  $\Delta f \approx 0,15 \text{ cm}$

für 5. Messung:  $\Delta f \approx 0,13 \text{ cm}$

$$\Rightarrow \underline{f_{\text{res}} = (20,24 \pm 0,15) \text{ cm}}$$

✓

Absolute Fehler für  $f_2$  aus höchstentwärtigstem Wert der folgenden Kombinationsmöglichkeiten:

$$\Delta f_{2,1} = \frac{1}{f_{\text{res(max)}}} - \frac{1}{f_2(\text{max})} = \frac{1}{20,39 \text{ cm}} - \frac{1}{20,25 \text{ cm}} = -20,67 \text{ cm}$$

$$\Delta f_{2,2} = \frac{1}{f_{\text{res(min)}}} - \frac{1}{f_2(\text{min})} = \frac{1}{20,09 \text{ cm}} - \frac{1}{9,93 \text{ cm}} = -79,64 \text{ cm}$$

$$\Delta f_{2,3} = \frac{1}{f_{\text{res(max)}}} - \frac{1}{f_2(\text{min})} = \frac{1}{20,39 \text{ cm}} - \frac{1}{9,59 \text{ cm}} = -79,37 \text{ cm}$$

$$\Delta f_{2,4} = \frac{1}{f_{\text{res(min)}}} - \frac{1}{f_2(\text{max})} = \frac{1}{20,09 \text{ cm}} - \frac{1}{20,25 \text{ cm}} = -20,93 \text{ cm}$$

größte Abweichung von  $f_2$ :

$$|-20,93 \text{ cm} - (-20,72 \text{ cm})| = 0,87 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_2 = -20,72 \text{ cm} \pm 0,87 \text{ cm}}}$$

c) Kernstellenerabstand und Brennweite  
einer linken Linse:

↪ siehe nächste Seite

Hauptkennwerte:

| k        | $h_k$ [cm] | $h_k - \bar{h}_k$ [cm] | $(h_k - \bar{h}_k)^2$ [cm <sup>2</sup> ] |
|----------|------------|------------------------|------------------------------------------|
| 1        | 0,62       | 0,012                  | 0,000144                                 |
| 2        | 0,62       | 0,012                  | 0,000144                                 |
| 3        | 0,63       | 0,024                  | 0,000576                                 |
| 4        | 0,56       | -0,048                 | 0,002304                                 |
| 5        | 0,61       | 0,002                  | 0,000004                                 |
| $\Sigma$ | 3,04       | 0                      | 0,003768                                 |

Mittelwert:  $\bar{h}_k = \frac{3,04 \text{ cm}}{5} = 0,608$

Mittlere Fehler der Einzelmessung:

$$s = \sqrt{\frac{0,003768 \text{ cm}^2}{4}} = 0,028 \text{ cm} \quad \checkmark$$

Mittlere Fehler des Mittelwerts:

$$\Delta \bar{h} = \frac{s}{\sqrt{5}} = \frac{0,028 \text{ cm}}{\sqrt{5}} = \frac{0,018 \text{ cm}}{\sqrt{5}} \approx 0,013 \text{ cm} \quad \checkmark$$

$$\underline{\underline{h = (0,61 \pm 0,013) \text{ cm}}}$$

Brennweite:

$$f = \frac{(d-h)^2 - e^2}{4(d-h)}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial d}\right) = \frac{2(d-h) \times (d-h) - ((d-h)^2 - e^2) \cdot 1}{4(d-h)^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{2(d-h) - (d-h)^2 + e^2}{4(d-h)} &= \frac{2(d-h)^2 - (d-h)^2 + e^2}{4(d-h)^2} \\ &= \frac{(d-h)^2 + e^2}{4(d-h)^2} = \frac{1}{4} + \frac{e^2}{4(d-h)^2} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial h}\right) = \frac{(-1)2(d-h) \cdot (4(d-h)) - ((d-h)^2 - e^2) \cdot 4(-1)}{4 \cdot 4(d-h)^2}$$

$$= \frac{-2(d-h)^2 + (d-h)^2 \cdot e^2}{4(d-h)^2}$$

$$= \frac{-(d-h)^2 - e^2}{4(d-h)^2} = -\frac{1}{4} - \frac{e^2}{4(d-h)^2}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial e}\right) = \frac{-2e(d-h) - ((d-h)^2 - e^2) \cdot 0}{4 \cdot 4(d-h)^2}$$

$$= \frac{-e}{2(d-h)}$$

Geschätzte Messfehler:  $\Delta d = 0,2 \text{ cm}$ ;  $\Delta e = 0,4 \text{ cm}$

Fehler für  $h$ :  $\Delta h = 0,073 \text{ cm}$

$$\Rightarrow \Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial d} \right| \cdot \Delta d + \left| \frac{\partial f}{\partial h} \right| \cdot \Delta h + \left| \frac{\partial f}{\partial e} \right| \cdot \Delta e$$

$$\Delta f = \left| \frac{1}{4} + \frac{e^2}{4(d-h)^2} \right| \cdot 0,2 \text{ cm} + \left| -\frac{1}{4} - \frac{e^2}{4(d-h)^2} \right| \cdot 0,073 \text{ cm} + \left| \frac{-e}{2(d-h)} \right| \cdot 0,4 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \Delta f_1 = \left| \frac{1}{4} + \frac{(24,6 \text{ mm})^2}{4(62 \text{ mm} - 0,67 \text{ mm})^2} \right| \cdot 0,2 \text{ cm} + \left| -\frac{1}{4} - \frac{(24,6 \text{ mm})^2}{4(62 \text{ mm} - 0,67 \text{ mm})^2} \right| \cdot 0,073 \text{ cm} + \left| \frac{-24,6 \text{ mm}}{2(62 \text{ mm} - 0,67 \text{ mm})} \right| \cdot 0,4 \text{ cm}$$

$$\Delta f_1 \approx 0,75 \text{ cm}$$

$$\Delta f_2 \approx 0,16 \text{ cm}$$

$$\Delta f_3 \approx 0,78 \text{ cm}$$

$$\Delta f_4 \approx 0,70 \text{ cm}$$

$$\Delta f_5 \approx 0,72 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f = 12,35 \pm 0,2 \text{ cm}}}$$

Spitzenungfähig!

29.05.08

*Chantal*

✓