

Der Hall-Effekt

Gruppe 5: Mirjam Eisele Rahel Eisele, Matthias Jasch, Sarah Löwy (sarah@kruscd.de)

Versuchsdatum: 22.06.2011

Betreuer: Pascal Gehring

1.) Aufgabenstellung

In diesem Versuch werden die Hallspannung sowie der spezifische Widerstand eines dotierten Germanium-Einkristalls bei unterschiedlichen Stromstärken, Temperaturen und Magnetfeldern ermittelt. Aus den Messergebnissen können außerdem die Bandlücke, die Mobilität der Ladungsträger sowie deren Art und Konzentration bestimmt werden.

2.) Theorie

Das Bändermodell beschreibt den Zustand von Elektronen in einem Kristall. Bei einzelnen Atomen lassen sich die Energiezustände der Elektronen durch Wellenfunktionen ψ beschreiben, deren Quadrat proportional zur Aufenthaltswahrscheinlichkeit ρ der Elektronen ist. Demnach können die Elektronen nur in bestimmten Orbitalen mit entsprechenden auftreten. Nähern sich nun zwei isolierte Atome an, kommt es zur Überlappung derer Atomorbitale, die für ein Element immer gleich sind. Da nach dem Pauli-Prinzip jedoch keine zwei Elektronen mit dem gleichen Energiezustand vorhanden sein dürfen, gibt es in den Molekülorbitalen eine weitere Aufspaltung und es entstehen neue Energieniveaus, die bei ansteigendem N immer näher beieinander liegen und ein quasikontinuierliches Band bilden. Damit ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen auch über das ganze Gitter verteilt. Außerdem muss auch das periodische Potential der Atomrümpfe betrachtet werden, das auf die Elektronen wirkt. Nimmt man einen periodischen, eindimensionalen Festkörper mit Gitterkonstante a an, so ergeben sich schließlich zwei mögliche Wellenfunktionen.

$\psi(+)$ beschreibt die Welle, bei denen sich die Elektronen nahe bei den Atomrümpfen aufhalten, wohingegen sie bei $\psi(-)$ zwischen den Atomen sind, was in Abbildung 1 dargestellt ist.

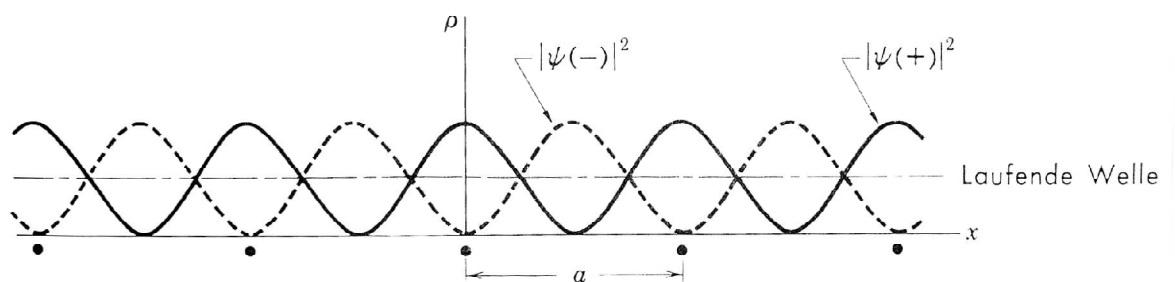


Abbildung 1: potentielle Energie eines Leitungselektrons im Feld der Atomkerne [1].

Das Potential der Elektronen wird im $\psi(+)$ -Fall erniedrigt, während es sich erhöht, wenn sich die Elektronen in den Zwischenbereichen aufhalten. Es entstehen also jeweils ein höheres und ein niedrigeres Energieniveau, die durch eine sogenannte Bandlücke E_g voneinander abgetrennt sind.

Anhand der Größe dieser Bandlücke kann man zwischen Metallen, Halbleitern und Isolatoren unterscheiden, was in Abbildung 2 dargestellt ist. Bei Ersteren liegen das höchste

vollbesetzte Band, das sogenannte Valenzband und das nächsthöhere Leitungsband direkt beieinander oder überlappen sich sogar, während sie für Isolatoren und Halbleiter durch die Bandlücke getrennt sind. In diesen Fällen ist also eine bestimmte Energie E_g aufzubringen um die Elektronen ins leere Leitungsband anzuheben, so dass sie zum Ladungstransport dieser sogenannten intrinsischen Halbleiter beitragen können.

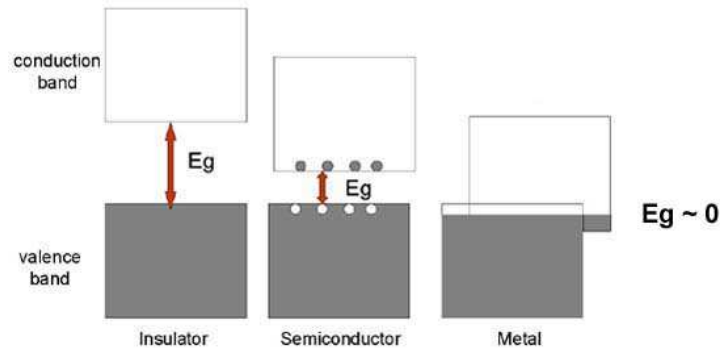


Abbildung 2: Bandlücke von Isolatoren, Halbleitern und Metallen [3].

Die Leitfähigkeit von Halbleitern kann durch gezieltes Einbringen von Fremdatomen, das Dotieren, erhöht werden, was bei Isolatoren nicht der Fall ist. Werden Fremdatome eingebracht, die ein Valenzelektron mehr als die Matrixatome besitzen, so ist dieses weniger stark gebunden und kann leichter in das Leitungsband angehoben werden (n-Dotierung). Mit einer p-Dotierung werden Fremdatome mit einer kleineren Wertigkeit eingebracht, so dass positiv geladene Löcher entstehen, die zur Leitung beitragen können. Allgemein kann man eine Dotierung also als Erhöhung der freien Ladungsträger bezeichnen, wobei es sich dann um sogenannte extrinsische Halbleiter handelt.

Die Temperaturabhängigkeit eines n-dotierten Halbleiters ist im oberen Bild von Abbildung 3 zu sehen, während darunter der Verlauf der Fermi-Energie dargestellt ist.

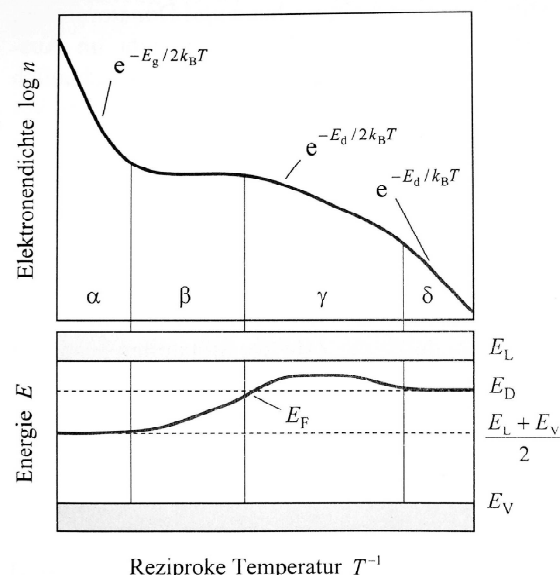


Abbildung 3: Elektronendichte und Fermi-Energie eines n-dotierten Halbleiters [1].

Bei niedrigen Temperaturen liegt das Fermi-Niveau bei E_d , dem Donatorniveau und da die Energie nicht ausreicht, um Elektronen ins Leitungsband anzuregen, kann keine Leitung stattfinden. Mit steigender Temperatur werden jedoch immer mehr Elektronen angehoben, die Elektronendichte steigt und die Fermi-Energie nimmt einen Wert zwischen dem

Donatorniveaus und der Leitungsbandkante an. Dieser Bereich γ wird als Störstellenreserve bezeichnet und zieht sich bis zu der Temperatur, bei der alle Störstellen ionisiert sind. Eine weitere Erhöhung verändert die Elektronendichte im Abschnitt des Erschöpfungszustandes β nicht mehr und die Fermi-Energie sinkt auf den halben Wert zwischen Leitungsband- und Valenzbandkante. Schließlich wird der Bereich α erreicht, in dem die Temperatur nun ausreicht, um auch die Elektronen der ursprünglichen Matrix in das Leitungsband anzuheben. Es findet also Eigen- bzw. intrinsische Leitung statt und für die Eigenleitungskonzentration n_i ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$n_i \propto \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right) \quad (1).$$

Im realen Versuch muss jedoch auch beachtet werden, dass sich die Wellenfunktionen der Dotieratome bei sehr hohen Konzentrationen überlappen und sogenannte entartete Halbleiter entstehen, bei denen das Fermi-Niveau immer im Leitungsband ist. Demnach ist die Elektronendichte bis zum Bereich der Eigenleitung gleich der Störstellenkonzentration.

Um den Ladungstransport phänomenologisch beschreiben zu können, stellt das Drude-Modell, das annimmt, dass sich Elektronen im Festkörper regellos frei bewegen und kein Nettofluss auftritt, eine einfache Näherung dar: Legt man ein externes Feld mit der elektrischen Feldstärke \vec{E} an, erfahren die Elektronen eine gerichtete Kraft ($\vec{F} = e\vec{E}$). Außerdem kommt es zu Zusammenstößen mit den Atomrümpfen, bei denen die Elektronen der Masse m und der Ladung e ihre Energie abgeben, bevor sie nach erneuter Beschleunigung nach einer mittleren Stoßzeit τ wieder mit den Rümpfen kollidieren und es gilt

$$m \frac{dv}{dt} = -eE - m \frac{v_d}{\tau} \quad (2).$$

Stellt sich im stationären Fall eine konstante Geschwindigkeit ein, so lässt sich diese Driftgeschwindigkeit v_d mit Gleichung 6 ausdrücken nach der gilt

$$v_d = -\frac{e\tau}{m} * E = -\mu E \quad (3).$$

Hierbei stellt μ die sogenannte Mobilität der Ladungsträger dar. Damit lässt sich die Stromdichte j mit

$$j = -env_d = \frac{ne^2\tau}{m} E = \sigma E \quad (4)$$

ausdrücken, wobei σ die materialspezifische elektrische Leitfähigkeit ist. Da die Stromdichte j per Definition der Strom I durch einen bestimmten Leiterquerschnitt der Breite b und der Dicke d ist ($j = \frac{I}{A}$) und für die elektrische Feldstärke E

$$E = \frac{U}{l} \quad (5)$$

gilt (wobei l die Länge der Probe ist), ergibt sich mit Gleichung 4 für die spezifische Leitfähigkeit σ

$$\sigma = \frac{I \cdot l}{U_{xx} \cdot b \cdot d} \quad (6).$$

Wird nun noch ein magnetisches externes Feld B angelegt, erfahren die Elektronen zusätzlich eine sogenannte Lorentzkraft, die sie auf eine kreisförmige Bahn zwingt. Die Elektronen, die sich mit dem Strom in x -Richtung bewegen, werden also durch die Lorentzkraft in y -Richtung abgelenkt, woraufhin sich ein elektrisches Feld E_y aufbaut. Dieses ist im Fall einer konstanten Elektronenbewegung betragsmäßig gleich groß wie die Lorentzkraft. Der Strom in y -Richtung ist jedoch 0 und so ergibt sich:

$$E_y = \frac{e\tau}{m} B * E_x = -\frac{1}{n \cdot e} * B * j_x = R_H * B * j_x$$

$$\implies R_H = -\frac{1}{n \cdot e} \quad (7).$$

wobei R_H die sogenannte Hall-Konstante ist, mit deren Hilfe und dem Einsetzen der Probendicke d sowie der Magnetfeldstärke B schließlich die Hall-Spannung U_H berechnet werden kann

$$U_H = R_H \frac{IB}{d} \quad (8).$$

Die Hallkonstante ist negativ, wenn vorwiegend Elektronen als Ladungsträger fungieren und wird positiv, wenn Löcherleitung vorherrschend ist. Die Temperatur, bei der die Hallkonstante 0 wird, wird als Inversionstemperatur T_{inv} bezeichnet. Bei dieser Temperatur gilt für das Verhältnis b der einzelnen Mobilitäten der Elektronen μ_e und der Löcher μ_h

$$b = \frac{\mu_e}{\mu_h} = \frac{R_{ext}(T_{inv})}{R_{ext}(T_{inv}) - R_{inv}} \quad (9).$$

Der Widerstand R_{xx} in Stromrichtung lässt sich über das Ohmsche Gesetz mit

$$R_{xx} = \frac{U_{xx}}{I} \quad (10).$$

berechnen. Trägt man dessen Logarithmus gegen $1/T$ auf, kann man den Widerstand R_{ext} durch Extrapolation des extrinsischen Bereichs bis zur Inversionstemperatur ermitteln, während R_{inv} den wirklichen Widerstandswert bei T_{inv} darstellt. Die sogenannte Hall-Mobilität μ_H lässt sich dann mit

$$\mu_H(T) = |R_H(T)|\sigma(T) \quad (11)$$

berechnen. Daraus ergibt sich mit Hilfe der Gleichungen 6 und 8 schließlich

$$\mu_H = |R_H|\sigma = \frac{U_H \cdot d}{I \cdot B} * \frac{I \cdot l}{U_{xx} \cdot b \cdot d} = \frac{U_H}{B \cdot U_{xx}} * \frac{l}{b} \quad (12).$$

Obwohl laut dem Drude-Modell keine Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes ρ_{xx} von der magnetischen Feldstärke existieren sollte, wird dieser sogenannte Magnetowiderstand MR im Realversuch festgestellt und kann wie folgt definiert werden:

$$\frac{\rho_{xx}(B) - \rho_{xx}(B=0)}{\rho_{xx}(B=0)} = MR \propto (\mu B)^2 \quad (13).$$

3.) Versuchsdurchführung

Bei der untersuchten Probe handelt es sich um dotiertes Germanium, das in eine Platine eingebaut ist. Diese wiederum verfügt über entsprechende Anschlüsse, über die die Stromstärke eingestellt und gemessen werden kann. Die Länge l der Probe beträgt 2 cm, die Querschnittsfläche A ist 10 mm^2 groß ($d=1\text{mm}$; $b=1\text{cm}$). Die Probe kann aufgeheizt werden, wobei die entsprechende Temperatur mittels eines Thermoelements ermittelt wird. Die Hall-Spannung ist an einem senkrecht zur Stromrichtung angebrachten Spannungsmessgerät abzulesen, während an einem zweiten Messgerät die Spannung in Stromrichtung gemessen werden kann. Die gesamte Platine wird zwischen zwei Polschuhen angebracht, zwischen denen über eine Spulenanordnung ein magnetisches Feld erzeugt und gemessen werden kann.

Im ersten Versuchsteil wird bei Raumtemperatur und einem konstanten Magnetfeld von etwa 250 mT gemessen. Dafür wird der Probenstrom von -30 mA bis 30 mA in Fünferschritten erhöht und die Hallspannung gemessen.

Anschließend wird das Magnetfeld in 10 mT-Schritten von 0 mT bis 280 mT erhöht und bei einem konstanten Probenstrom von 30 mA die Spannung in Stromrichtung gemessen. Um wirklich ein Magnetfeld von 0 mT zu erhalten, werden die Polschuhe nochmals entfernt. Dann wird das Magnetfeld von - 280 mT bis 280 mT in 20 mT-Schritten geändert und bei einem Probenstrom von 30 mA die Hallspannung abgelesen.

Nachdem die Probe dann auf 170°C hochgeheizt wurde, wird die Spannung in Stromrichtung während dem Abkühlvorgang gemessen. Dabei soll nach jeweils 5°C ein Messwert abgelesen werden. Der Probenstrom beträgt hier wieder 30 mA und es ist kein Magnetfeld vorhanden. Im nächsten Versuchsteil wird dieses mit einer Stärke von 280 mT wieder eingeschaltet und der vorige Versuch wiederholt, wobei nun zusätzlich die Hall-Spannung der einzelnen Temperaturen erfasst wird.

4.) Auswertung

4.1. Bestimmung der Ladungsträger

Abbildung 4 zeigt die gemessene Hall-Spannung bei verändertem Probenstrom. Die detaillierten Werte sind dem Anhang zu entnehmen. Bei negativem Probenstrom ist auch die Hall-Spannung negativ. Da ein positives Magnetfeld von 250 mT angelegt ist, ergibt sich nach Gleichung 8 eine positive Hall-Konstante, was bedeutet, dass Löcher die Majoritätsladung sind. Die Germaniumprobe ist somit p-dotiert.

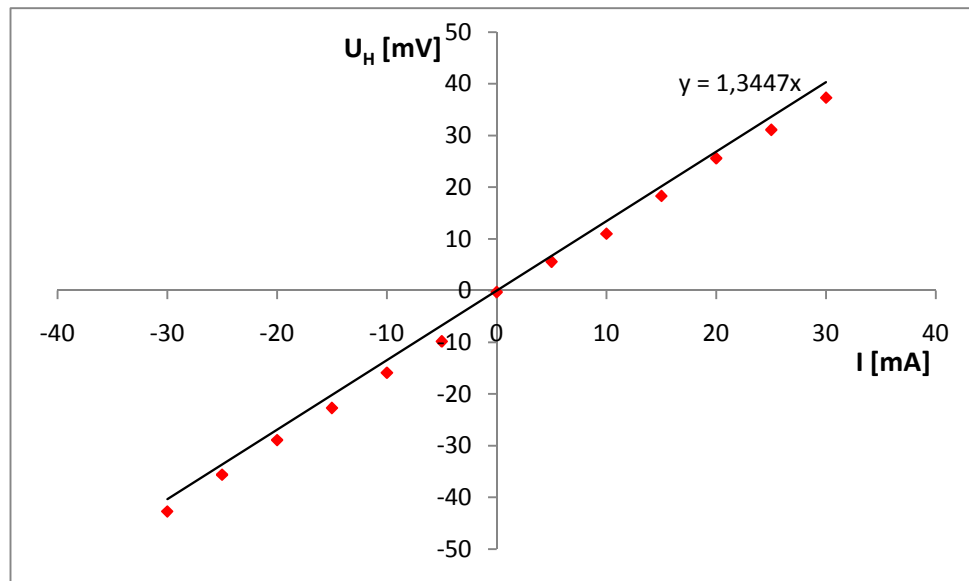


Abbildung 4: Hallspannung U_H bei Raumtemp., $B=250\text{mT}$ und verändertem Probenstrom I_{xx}

Aus der Steigung der Ausgleichsgerade ergibt sich mit Hilfe der Gleichungen 7 und 8 die Ladungsträgerkonzentration p mit

$$p = -\frac{I \cdot B}{d \cdot e \cdot U_H} = -\frac{B}{d \cdot e \cdot m_4} = -\frac{0,25\text{T}}{10^{-3}\text{m} \cdot (-1,602 \cdot 10^{-19}\text{C}) \cdot 1,3447 \frac{\text{V}}{\text{A}}}$$

$$\approx 1,16 \cdot 10^{21} \frac{1}{\text{m}^3}$$

4.2. Bestimmung der Löchermobilität aus dem Magnetowiderstand

Durch das Messen der Spannung in Stromrichtung bei verändertem Magnetfeld, wie es im zweiten Versuchsteil vorgenommen wurde, lässt sich mit Gleichung 13 der Magnetowiderstand MR berechnen (siehe Anhang: Tabelle 2). Aus der Gleichung ist außerdem eine Proportionalität zur quadratischen Magnetfeldstärke B auszumachen, was in der entsprechenden Auftragung in Abbildung 5 bestätigt werden kann.

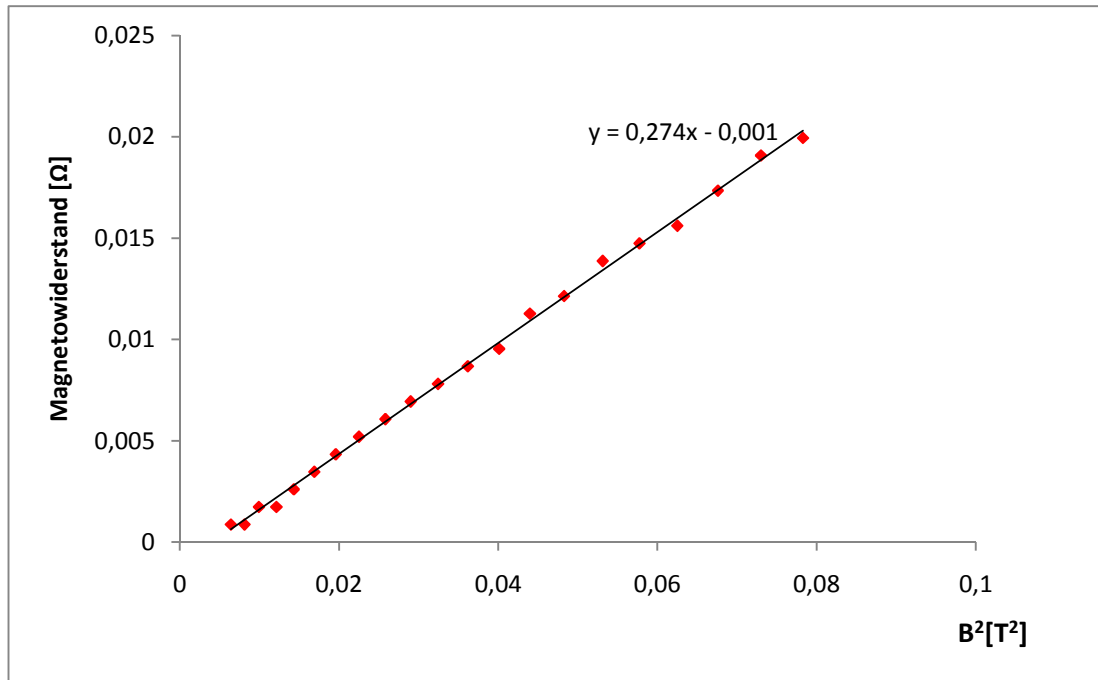


Abbildung 5: Magnetowiderstand über der magnetischen Feldstärke im Quadrat.

Aus der Steigung der Ausgleichsgeraden lässt sich die Mobilität der Ladungsträger, also hier der Löcher berechnen und es ergibt sich:

$$\mu_h = \sqrt{m_s} = 0,523 \frac{m^2}{Vs}$$

4.3. Bestimmung des Hall-Konstanten, der Ladungsträgerkonzentration und der Hall-Mobilität bei verändertem Magnetfeld

Laut Gleichung 8 existiert ein linearer Zusammenhang zwischen der Hall-Spannung und der magnetischen Feldstärke, was in Abbildung 6 durch die entsprechende Auftragung dargestellt ist. Die entsprechenden Messwerte sind Tabelle 3 im Anhang zu entnehmen.

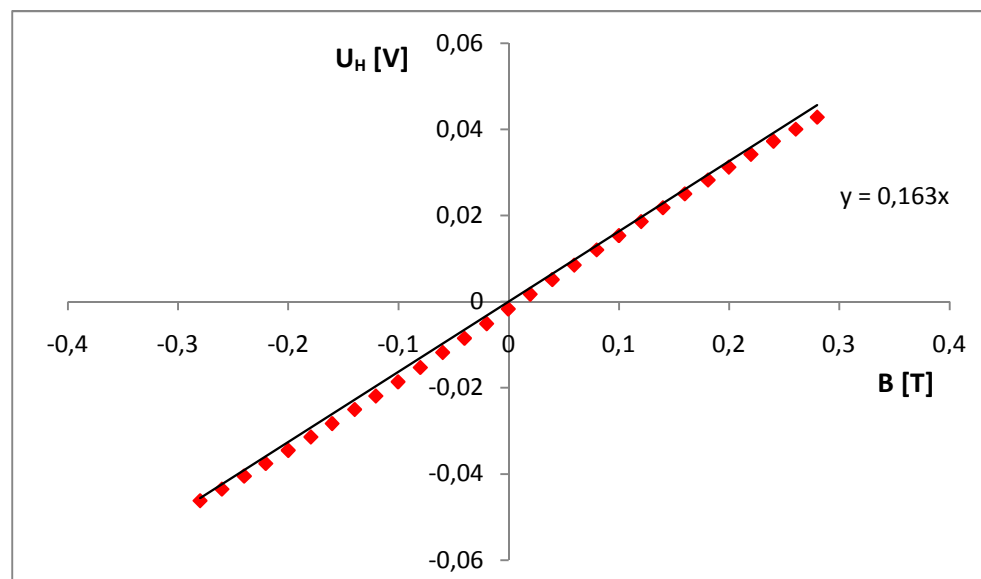


Abbildung 6: Hallspannung U_H bei verändertem B-Feld mit Ausgleichsgerade.

Aus der Steigung der Ausgleichsgeraden lässt sich die Hall-Konstante berechnen und es ergibt sich:

$$R_H = \frac{d}{I} \cdot m_6 = \frac{10^{-3} \text{ m}}{0,03 \text{ A}} * 0,163 \frac{\text{V}}{\text{T}} \approx 5,43 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$$

Mit Hilfe von Gleichung 7 ergibt sich die Ladungsträgerkonzentration p_2 mit

$$p_2 = -\frac{1}{e \cdot R_H} = -\frac{I}{d \cdot e \cdot m_6} = \frac{0,03 \text{ A}}{10^{-3} \text{ m} \cdot (-1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \cdot 0,163 \frac{\text{V}}{\text{T}}} \approx 1,15 \cdot 10^{21} \frac{1}{\text{m}^3}$$

Nach Gleichung 12 lässt sich die Hall-Mobilität aus der Steigung einer $U_H - U_{xx}B$ -Auftragung bestimmen. Dafür werden die Spannungswerte in Stromrichtung aus Versuchsteil 2 (Tabelle 2) verwendet und es ergibt sich die in Abbildung 7 gezeigte Darstellung.

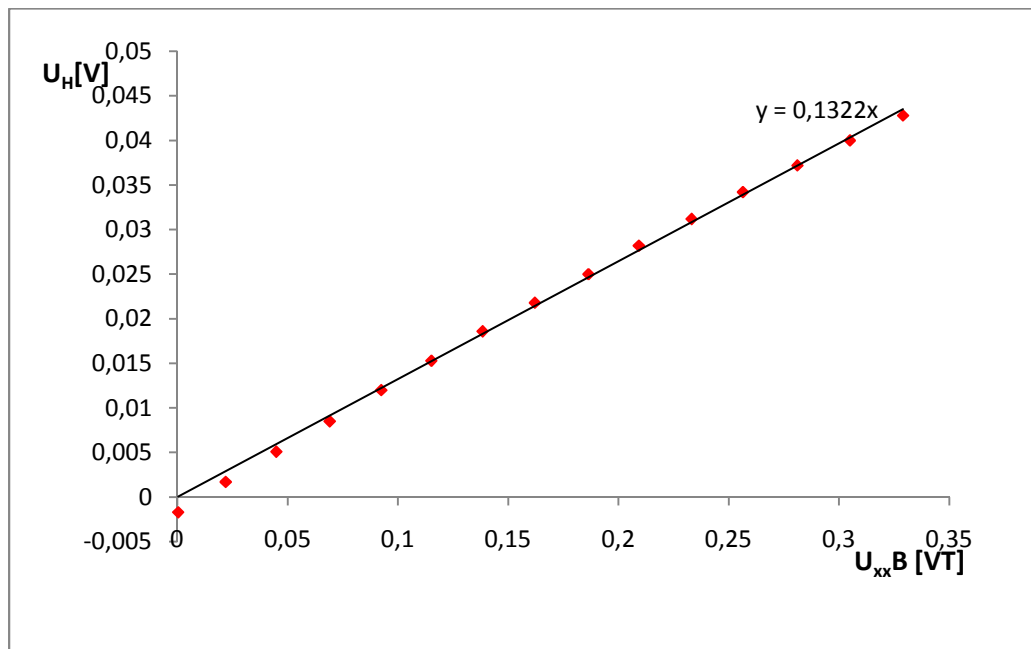


Abbildung 7: $U_H - U_{xx}B$ -Diagramm mit Ausgleichsgeraden zur Bestimmung der Hall-Mobilität.

Daraus berechnet sich die Hall-Mobilität mit

$$\mu_H = \frac{U_H}{B \cdot U_{xx}} * \frac{l}{b} = m_7 \cdot \frac{l}{b} = 0,1322 \frac{1}{\text{T}} \cdot \frac{2 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} \approx 0,264 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}$$

4.4. Bestimmung der Bandlücke E_g

Da im vierten Versuchsteil (Anhang: Tabelle 4) der Probenstrom konstant gehalten wurde, ergibt sich eine Proportionalität zwischen der Leitfähigkeit σ und der reziproken Spannung in Stromrichtung U_{xx} . Da die Leitfähigkeit wiederum direkt mit der Ladungsträgerkonzentration zusammenhängt er gibt sich mit Gleichung 1

$$\ln \frac{1}{\sigma} = -\frac{E_g}{2k_B T} + \text{konst.}$$

Durch eine Auftragung von $\ln(1/U_{xx})$ gegen $1/T$, wie sie in Abbildung 8 zu sehen ist, lässt sich die Bandlücke wie folgt aus der Steigung bestimmen:

$$E_g = -2 \cdot m_8 \cdot k_B = -2 \cdot (-4377,1K) \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} \approx 0,75eV$$

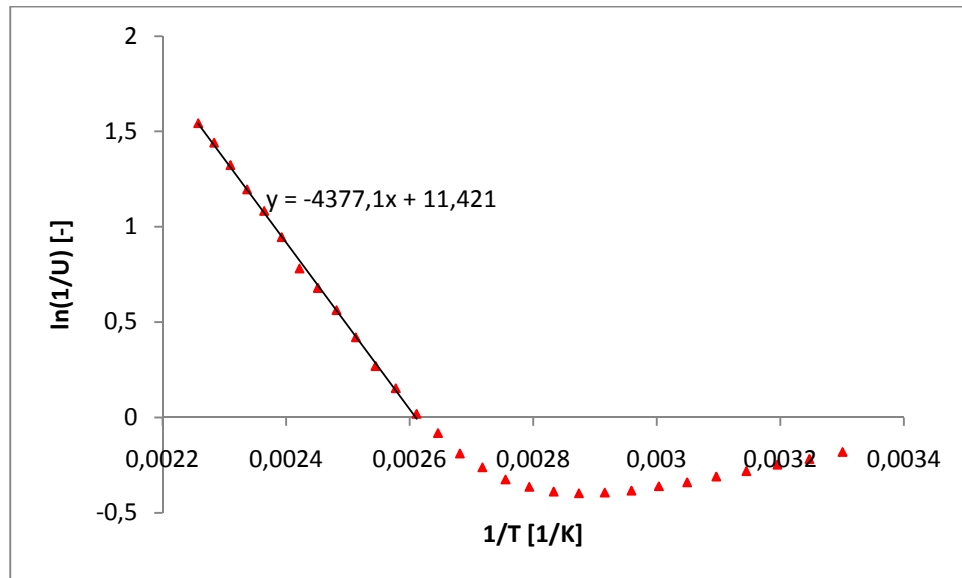


Abbildung 8: $\ln(1/U_{xx})$ gegen $1/T$ zur Bestimmung der Bandbreite aus der Steigung der Ausgleichsgeraden.

4.5. Bestimmung der Hall-Konstanten (als Funktion der Temperatur), der Inversionstemperatur, der Hall-Mobilität und der Löchermobilität

Aus den Messwerten der Hall-Spannung als Funktion der Temperatur (siehe Anhang: Tabelle 5) lässt sich nach Gleichung 8 die Hall-Konstante berechnen, die in Abbildung 9 als Funktion der Temperatur dargestellt ist.

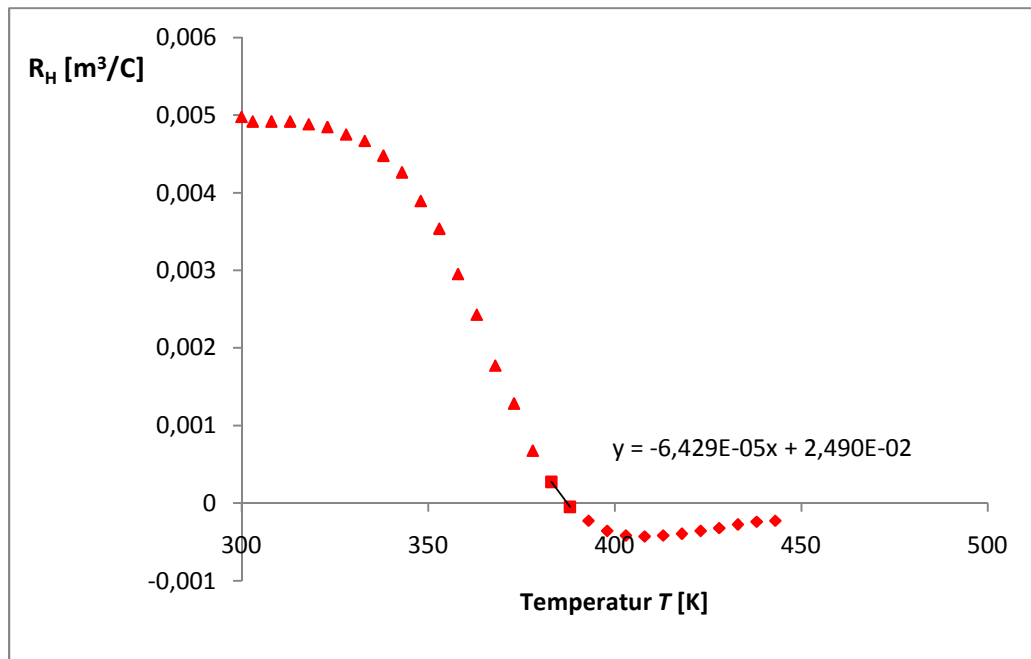


Abbildung 9: Hall-Konstante R_H in Abhängigkeit der Temperatur (bei $B=280$ mT, $I_{xx}=30$ mA).

Die Inversionstemperatur, bei der die Leitfähigkeit im gleichen Maße durch Elektronen wie durch Löcher bestimmt wird, ergibt sich aus der Auftragung mit

$$T_{inv} = -\frac{c_9}{m_9} = \frac{2,49 \cdot 10^{-2} \frac{m^3}{C}}{6,429 \cdot 10^{-5} \frac{m^3}{CK}} \approx 387,3K$$

Die Hall-Mobilität berechnet sich mit Hilfe von Gleichung 12 und ist in Abbildung 10 gegen die Temperatur aufgetragen. Dabei wurden nur Werte unter 380 K dargestellt, da im Bereich der Inversionstemperatur zwei Arten von Ladungsträgern in ähnlichen Konzentrationen vorliegen, womit die Hall-Mobilität keine sinnvolle Größe mehr darstellt.

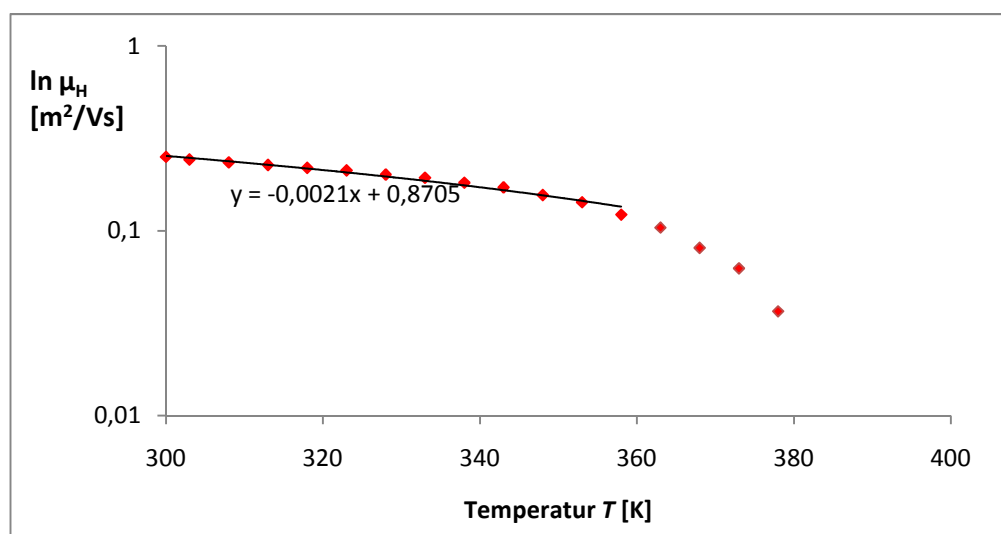


Abbildung 10: Hall-Mobilität μ_H in Abhängigkeit der Temperatur (bei $B=280$ mT, $I_{xx}=30$ mA).

Durch Extrapolation der Kurve auf die Inversionstemperatur lässt sich die Mobilität der Löcher hier wie folgt berechnen:

$$\mu_h(T_{inv}) = (-0,0021 \cdot 387,3 + 0,8705) \frac{m^2}{Vs} \approx 0,057 \frac{m^2}{Vs}$$

4.6. Bestimmung des Mobilitätsverhältnisses und der Elektronenmobilität

Wie im Theorieteil beschrieben, wird der Widerstand R_{xx} nach Gleichung 10 berechnet. Der logarithmierte Wert ist in Abbildung 11 gegen die reziproke Temperatur aufgetragen.

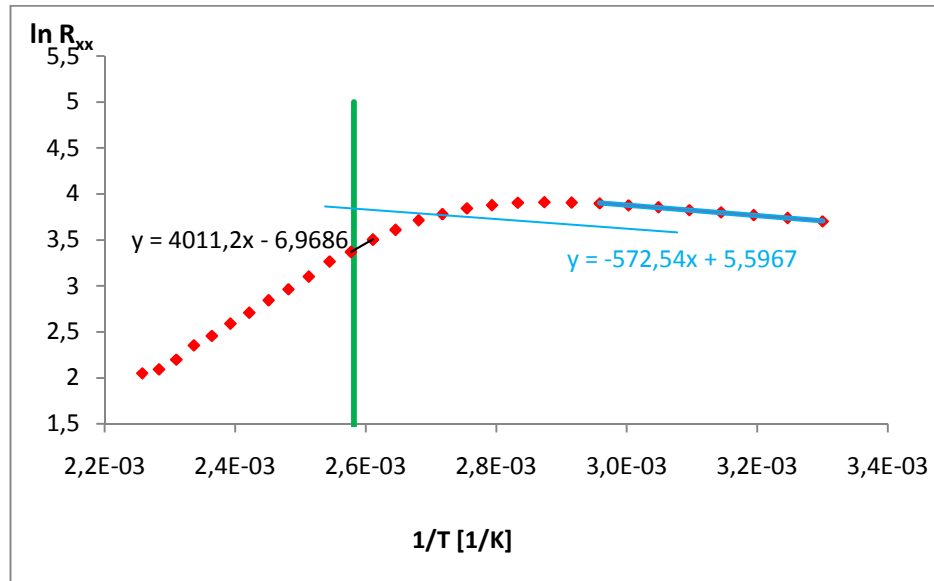


Abbildung 11: $\ln(R_{xx})$ gegen $1/T$ zur Bestimmung des Mobilitätsverhältnisses.

Die blaue Gerade zeigt die Extrapolation des extrinsischen Bereichs bis zur Inversionstemperatur und es ergibt sich

$$R_{ext}(T_{inv}) = \exp\left(-572,54 \cdot \frac{1}{387,3} + 5,5967\right) \Omega \approx 61,46 \Omega$$

Der wirkliche Widerstandswert bei dieser Temperatur ergibt sich mit der schwarzen Gerade zu

$$R_{inv} = \exp\left(4011,2 \cdot \frac{1}{387,3} - 6,96886\right) \Omega \approx 29,61 \Omega$$

Über Gleichung 9 ergibt sich ein Mobilitätsverhältnis mit

$$b = \frac{R_{ext}(T_{inv})}{R_{ext}(T_{inv}) - R_{inv}} = \frac{61,46 \Omega}{61,46 \Omega - 29,61 \Omega} \approx 1,93$$

und für die Elektronenmobilität ergibt sich schließlich

$$\mu_e = b \cdot \mu_h = 1,93 \cdot 0,057 \frac{m^2}{Vs} \approx 0,110 \frac{m^2}{Vs}$$

5.) Diskussion

5.1. Ladungsträger

Bei Raumtemperatur ist die Hallkonstante durchweg positiv, was zeigt, dass die Majoritätsladungen ebenfalls positiv sein müssen. Es handelt sich bei der Probe somit um p-dotiertes Germanium, dessen Ladungsträgerkonzentration mit etwa $1,16 \cdot 10^{21} \frac{1}{\text{m}^3}$ bestimmt wurde, was durchaus im realistischen Bereich liegt.

5.2. Bestimmung der Löchermobilität aus dem Magnetowiderstand

Bei der Messung der Spannung in Stromrichtung mit verändertem Magnetfeld wurde festgestellt, dass der Widerstand, der sich aus dem Quotienten der Spannung und der Stromstärke errechnet, von der Größe des B -Feldes abhängt. Mit steigender Magnetfeldstärke nehmen auch die Spannung und damit der Widerstand zu, was durch die Ablenkung der Elektronen durch die Lorentzkraft zu erklären ist. Der proportionale Zusammenhang des sogenannten Magnetowiderstandes zum quadratischen Produkt aus Magnetfeldstärke und Mobilität, der in Gleichung 13 angenommen wurde, konnte mit der entsprechenden Auftragung der Größen in Abbildung 5 bestätigt werden. Es lässt sich eine Ausgleichgerade einzeichnen, die relativ gut mit den Messwerten übereinstimmt. Aus deren Steigung ergibt sich eine Mobilität der Löcher von $0,523 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}$.

5.3. Bestimmung des Hall-Konstanten, der Ladungsträgerkonzentration und der Hall-Mobilität bei verändertem Magnetfeld

Durch die Messung der Hall-Spannung bei veränderter Magnetfeldstärke konnte die Hall-Konstante mit etwa $5,43 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$ bestimmt werden, wobei die Messwerte alle nur wenige Abweichungen von der eingezeichneten Ausgleichsgerade aufweisen. Mit diesem positiven R_H -Wert kann bestätigt werden, dass es sich bei den Ladungsträgern um Löcher handelt. Die Ladungsträgerkonzentration beträgt ungefähr $1,15 \cdot 10^{21} \frac{1}{\text{m}^3}$, was nahe an dem in Versuchsteil 1 bestimmten Wert liegt. Die Hallmobilität lässt sich aus der Steigung der $U_H - U_{xx}B$ -Auftragung mit $0,264 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}$ bestimmen. Da die Werte der Hallspannung aus einer anderen Messung als die Werte der Spannung in x-Richtung stammen, kann es hier zu kleineren Abweichungen kommen, da die Magnetfelder nicht immer hundertprozentig übereinstimmen.

5.4. Bestimmung der Bandlücke E_g

Mit steigender Temperatur steigt auch die Ladungsträgerdichte, wie es bereits im Theorieteil beschrieben wurde. Der Widerstand der Probe sinkt und da der Probenstrom konstant bei 30 mA gehalten wurde, muss auch die Spannung sinken, was mit der Messung von U_{xx} bei unterschiedlichen Temperaturen bestätigt werden konnte. Die Berechnung der Bandlücke ergab einen Wert von 0,75 eV, was sehr gut mit dem Literaturwert von 0,744 [2] übereinstimmt.

5.5. Bestimmung der Hall-Konstanten (als Funktion der Temperatur), der Inversionstemperatur, der Hall-Mobilität sowie der Mobilität der Löcher und Elektronen

Die Hallkonstante ist bei kleineren Temperaturen positiv und nimmt mit steigender Temperatur immer weiter ab, bis sie schließlich negative Werte annimmt. Zu Beginn sind, wie bereits festgestellt, die Löcher die vorherrschenden Ladungsträger. Mit steigender Temperatur wird die Elektronenleitung jedoch immer stärker, bis die Hall-Konstante schließlich negativ wird und somit Elektronen als Majoritätsladungen fungieren. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei hohen Temperaturen auch die Elektronen des Germaniums vom Valenz- ins Leitungsband angehoben werden können, also intrinsische Leitung auftritt. Anschließend geht die Hall-Konstante für $T \rightarrow \infty$ gegen 0. Die Inversionstemperatur, bei der $n \cdot \mu_e^2 = p \cdot \mu_h^2$ gilt, wurde mit 387,3 K bestimmt.

Die Hallmobilität sinkt mit steigender Temperatur immer weiter ab. Insgesamt zeigt der Verlauf eine Proportionalität von μ_H zu $T^{-3/2}$. Laut [4] können Ladungsträger in einem Kristall entweder an ionisierten Störstellen oder aber an Phononen (Gitterschwingungen) gestreut werden, wobei letztere Streuungsart eine $T^{-3/2}$ -Abhängigkeit aufweist, wie sie hier im Versuch festgestellt wurde. Durch die Extrapolation des extrinsischen Bereichs kann die Mobilität der Löcher bei der Inversionstemperatur bestimmt werden. Die Löchermobilität wurde mit $\mu_h(T_{inv}) = 0,057 \frac{m^2}{Vs}$ bestimmt, wobei dieser Wert um einiges kleiner ist, als die Mobilität die zuvor bei Raumtemperatur ermittelt wurde. Die Löchermobilität sinkt also wie erwartet mit steigender Temperatur, während auch die Mobilität der Elektronen auch einen zu $T^{-3/2}$ proportionalen Verlauf zeigt und bei der Inversionstemperatur einen Wert von etwa $0,110 \frac{m^2}{Vs}$ annimmt, woraus sich ein Mobilitätsverhältnis von etwa 1,93 ergibt. Die Elektronen sind also bei 387,3 K schon um einiges beweglicher als die Löcher, was durch ihre geringere effektive Masse auch zu erwarten war. Die Elektronen werden also bei hohen Temperaturen bestimmend für die Leitfähigkeit des p-dotierten Germaniums.

6.) Zusammenfassung

Löcherkonzentration p	$1,16 \cdot 10^{21} \frac{1}{m^3}$
Löcherkonzentration p_2	$1,15 \cdot 10^{21} \frac{1}{m^3}$
Löcher-Mobilität $\mu_h(RT)$	$0,523 \frac{m^2}{Vs}$
Hall-Konstante R_H	$5,43 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{C}$
Hall-Mobilität μ_H	$0,264 \frac{m^2}{Vs}$
Bandlücke E_g	$0,75eV$
Inversionstemperatur T_{inv}	$387,3K$
Löcher-Mobilität $\mu_h(T_{inv})$	$0,057 \frac{m^2}{Vs}$
Elektronen-Mobilität $\mu_e(T_{inv})$	$0,110 \frac{m^2}{Vs}$
Mobilitätsverhältnis b	$1,93$

7.) Literatur

- [1] Prof. H. Strunk, Praktikumsskript Werkstoffphysik, Institut für Materialwissenschaft, Universität Stuttgart, SS 2011
- [2] http://ruby.chemie.uni-freiburg.de/Vorlesung/strukturchemie_2_2_5.html. letzter Zugriff 26.06.11
- [3] http://mrsec.wisc.edu/Edetc/background/LED/images/band_theory.JPG
- [4] <http://www.fredstoer.de/physik/Halleffekt.pdf> letzter Zugriff 26.06.11

8. Anhang

Tabelle 1: Hallspannung U_H bei Raumtemp., $B=250\text{mT}$ und verändertem Probenstrom I_{xx} .

I_{xx} [mA]	U_H [mV]
-30	-42,7
-25	-35,6
-20	-28,9
-15	-22,7
-10	-15,9
-5	-9,8
0	-0,3
5	5,6
10	11
15	18,3
20	25,6
25	31,1
30	37,3

Tabelle 2: Spannung U_{xx} in Stromrichtung bei einem Probenstrom von 30 mA und verändertem Magnetfeld B sowie der ermittelte Magnetowiderstand.

B [mT]	U_{xx} [mV]	MR [m Ω]	B [mT]	U_{xx} [mV]	MR [Ω]
0	1153		150	1159	5,20
10	1153		160	1160	6,07
20	1153		170	1161	6,94
30	1153		180	1162	7,81
40	1153		190	1163	8,67
50	1153		200	1164	9,54
60	1153		210	1166	11,27
70	1153		220	1167	12,14
80	1154	0,87	230	1169	13,88
90	1154	0,87	240	1170	14,74
100	1155	1,73	250	1171	15,61
110	1155	1,73	260	1173	17,35
120	1156	2,60	270	1175	19,08
130	1157	3,47	280	1176	19,95
140	1158	4,34			

Tabelle 3: Hallspannung U_H bei verändertem B-Feld.

B[mT]	U_H [mV]
-279,9	-46,2
-260,2	-43,5
-239,9	-40,5
-220,3	-37,6
-199,9	-34,5
-179,5	-31,4
-160,1	-28,3
-139,6	-25
-120,4	-21,9
-100,3	-18,6
-80,2	-15,3
-59,7	-11,8
-40,1	-8,5
-19,9	-5,1
-0,4	-1,7
19,6	1,7
39,6	5,1
59,6	8,5

79,9	12
100	15,3
120,1	18,6
139,9	21,8
159,8	25
180,8	28,2
199,8	31,2
219,8	34,2
240,2	37,2
260,3	40
279,9	42,8

Tabelle 4: Spannung U_{xx} in Stromrichtung in Abhängigkeit der Temperatur bei einem Strom von 30 mA.

T [°C]	U_{xx} [V]
170	0,214
165	0,237
160	0,266
155	0,303
150	0,339
145	0,389
140	0,458
135	0,507
130	0,570
125	0,657
120	0,764
115	0,859
110	0,982
105	1,085
100	1,209
95	1,300
90	1,386
85	1,440
80	1,477

75	1,489
70	1,484
65	1,469
60	1,436
55	1,407
50	1,364
45	1,326
40	1,281
35	1,244
30	1,199

Tabelle 5: Hallspannung U_H sowie Spannung U_{xx} in Abhängigkeit der Temperatur (bei $B=280 \text{ mT}$, $I_{xx}=30 \text{ mA}$).

T [°C]	U_H [mV]	U_{xx} [V]
170	-1,9	0,23
165	-2	0,24
160	-2,3	0,27
155	-2,7	0,32
150	-3	0,35
145	-3,3	0,40
140	-3,5	0,45
135	-3,6	0,52
130	-3,5	0,58
125	-3	0,67
120	-1,9	0,79
115	-0,4	0,87
110	2,3	1,00
105	5,7	1,11
100	10,8	1,23
95	14,9	1,32
90	20,4	1,40
85	24,8	1,45
80	29,7	1,49
75	32,7	1,50

70	35,8	1,49
65	37,6	1,48
60	39,2	1,45
55	39,9	1,42
50	40,7	1,37
45	41	1,34
40	41,3	1,30
35	41,3	1,26
30	41,3	1,22
27	41,8	1,19